

FIJACIÓN DE PRECIO PARA UN AUTOCALLABLE

26 de diciembre de 2011

Antoine LE NUÉ

Director del proyecto: Matthew STEINER

Tutor en la universidad : Miguel Angel MONTANER LOPEZ

Universidad Carlos III de Madrid

©Banco Santander Central Hispano



Proyecto fin de carrera.

Titulo : Fijación de precio para un Autocallable.

Autor : Antoine Le Nué.

Tutor en empresa : Matthew Steiner.

Tutor académico : Miguel Angel Montaner Lopez.

EL TRIBUNAL

Presidente: _____

Vocal: _____

Secretario: _____

Realizado el acto de defensa y lectura del Proyecto Fin de Carrera el día _
de ____ de 20__ en Leganés, en la Escuela Politécnica Superior de la Universidad
Carlos III de Madrid, acuerda otorgarle la CALIFICACIÓN de

VOCAL

SECRETARIO

PRESIDENTE

Agradecimientos

A todas aquellas personas que me han acompañado durante estos seis meses en la investigación en finanzas dentro y fuera de la Ciudad Financiera de Boadilla del Monte.

A mis colegas del departamento de Analistas Cuantitativos de acciones y derivados de Madrid y Londres, Matthew Steiner, Tony Marshall, Ignacio Ariño, Dario Menendez, Alvaro Iglesias, Raquel Garcia, Julien Hok, Artem Volkozub y Chris Reynolds, por su ayuda y sus consejos durante el desarrollo de esta tesis.

A mi tutor Matthew Steiner por su confianza, su apoyo y su experiencia que han facilitado enormemente este trabajo de investigación.

A Tony Marshall por sus explicaciones, su paciencia y su saber que han mejorado radicalmente toda la parte de programación y de calculación.

A los departamentos de estructuración y de trading del Banco Santander de Madrid, por su apertura en este campo.

A Bernardo Prida, profesor de la Carlos III de Madrid, por sus esfuerzos y su perseverancia.

A Miguel Angel Montaner Lopez, mi tutor, por su ayuda y sus consejos.

Demetrio Molinero por su valiosa ayuda y relectura de esta tesis.

A Hamidi Soukaina por sus conocimientos en \LaTeX y sus sugerencias de presentación.

A todos mis amigos y amigas porque todo esto nunca hubiera sido posible sin ellos.

Resumen

La presente Tesina Universitaria tiene por objeto un análisis y una reflexión sobre la fijación de los precios de un producto bursátil complejo que se llama Autocallable. Por lo tanto, su fin primordial ha sido el examen de la técnicas de valoración generales y las problemas que generan estos modelos sobre los precios. Pero, antes de entrar en materia, hemos creído oportuno realizar algunas observaciones con el fin de justificar la rubrica y el contenido del trabajo que hemos acometido.

Obviamente, la mayor parte de nuestra atención se ha centrado en las las opciones sobre las acciones y los modelos matemáticos que se utilizan el las finanzas modernas y particularmente en el departamento de Acciones y Derivados del Banco Santander España. Sin embargo, hemos presentado también de forma no exhaustiva los productos de tipo de interés, materias primas o de tipo de cambio en los primero capítulos. En la literatura, es frecuente estudiar los modelos fuera del mercado y del tipo de subyacente entonces, en nuestro caso, no todas las reflexiones y consejos se pueden generalizar sino la mayoría porque las problemas o limitaciones que hemos subrayado se refieren más en la parte de matemática que en la de los subyacentes.

A lo largo de esta Tesis, hemos pretendido llevar a cabo estudio más completo y exhaustivo posible de la fijación del precio de las opciones de tipo autocallable y con este trabajo de investigación hemos querido, modestamente pero con laboriosidad, contribuir a esclarecer un ámbito que, tal vez por estar a medio camino entre las teorías de finanzas y de matemáticas puras y con los procedimientos producidos con la experiencia de los actores del mercado, no había merecido hasta ahora una detenida atención por parte de la doctrina para estos tipos de opciones que aparezcan cada día mas en los mercados occidentales.

Palabras Claves

Fijación de precio - Estadísticas - Autocallable - Subyacentes - Opciones - MonteCarlo - Cobertura - Callable - Barrera - Cupón - Black-Scholes.

Índice

Agradecimientos	4
Resumen	5
Índice	7
Índice de figura	12
Índice de cuadro	13
Introducción y objetivos	15
1 Introducción	15
2 Objetivos	15
I Productos financieros y productos derivados	15
1 Los mercados	16
1.1 Los mercados organizados	16
1.2 El Mercado Oficial de Futuros y opciones Financieros en España.	17
1.3 Los mercados OTC.	18
2 Definiciones de los términos	19
2.1 Los activos subyacentes.	19
2.2 Las Tasas.	19
2.2.1 Tipos de interés del tesoro.	19
2.2.2 Tipos LIBOR.	19
2.2.3 Tipos EURIBOR.	20
2.2.4 Tipos EONIA.	20
2.2.5 Tipos Repo.	20
2.2.6 Tipos cupón cero.	20
2.2.7 Valoración de bonos.	20
2.3 El concepto de volatilidad	21
2.3.1 Volatilidad histórica.	21
2.3.2 Volatilidad implícita.	22
2.3.3 El smile de volatilidad.	22
2.3.4 El skew de volatilidad.	23

2.4	Los operadores.	24
2.4.1	Coberturistas.	24
2.4.2	Especuladores.	24
2.4.3	Arbitrajistas.	25
3	Los productos.	26
3.1	Contratos de opciones.	26
3.2	Contratos de Futuros.	26
3.3	“Forward Contracto”.	26
3.4	Los SWAP.	27
3.4.1	SWAP de tipo interés.	27
3.4.2	Uso del swap para transformar una deuda.	28
4	Las opciones.	31
4.1	Compra o venta.	31
4.2	Utilización de la opción.	32
4.3	Binarias.	32
4.4	Opciones salto.	33
4.5	Opciones dinero o nada.	33
4.6	Opciones activo o nada.	34
4.7	Opciones supershare.	34
4.8	Opciones dinero o nada de dos activos.	34
4.9	Exóticas	35
4.9.1	Barrera.	35
4.9.2	Lookback	37
4.9.3	Asiáticas	37
4.9.4	Opciones Forward Start.	39
4.9.5	Opciones con Vencimiento Extensible	39
4.9.6	Opciones Ladder.	39
4.9.7	Opciones Shout.	39
4.9.8	Opciones Cliquet.	40
4.9.9	Opciones Chooser.	40
4.9.10	Compuesta.	40
4.9.11	Opciones potenciales o polinomios.	41
4.9.12	Opciones pay as you go.	41
4.9.13	Opciones pay later o contingente premium.	41
4.10	Con cambios de divisas	42
4.10.1	Quanto.	42
4.10.2	Compo.	42
4.11	Dos subyacentes o varios.	43
4.11.1	Las diferentes opciones (1).	43
4.11.2	Las diferentes opciones (2).	43
4.11.3	Opciones clasicistas.	44
4.11.4	Barreras.	44
4.11.5	Combinación de peso.	46

II	Estrategia y cobertura.	47
1	Estrategias de hedging.	47
1.1	Posiciones desnudas o cubiertas.	47
1.2	Stop loss.	47
1.3	Delta hedging.	49
1.4	Un ejemplo básico de estrategia.	50
2	Estrategias de trading.	52
2.1	Una acción y una opción.	52
2.2	Las spreads.	53
2.3	Influencia del precio de los productos.	55
III	Conceptos matemáticos.	56
1	Determinación del precio Forward.	56
1.1	Ejemplo.	56
1.2	¿ Como evitar arbitrajes ?	56
1.3	Generalización	57
2	El proceso de Wiener y el lema de ITO.	58
2.1	El proceso de Wiener.	58
2.2	El proceso de Wiener generalizado	58
2.3	Precio de una acción	59
2.4	El lema de ITO	59
3	El modelo Black-Scholes.	61
3.1	Hipótesis Black-Scholes.	61
3.2	Ecuación Black-Scholes	61
3.2.1	Delta Hedging	62
3.2.2	Fórmula Black-Scholes	63
3.2.3	Derivación de la fórmula Black-Scholes.	63
3.3	Call	64
3.4	Put	67
3.5	Paridad Put-Call	68
3.6	Digital Call	68
3.7	Digital Put.	68
4	Elementos finitos (PDE).	69
4.1	Los elementos finitos.	69
5	El método de Monte Carlo	71
5.1	Descripción del método	71
5.2	Call/Put estandariza con Montecarlo	72
5.3	Comparación de los métodos	75
5.3.1	Protocolo	75

5.3.2	Black-Scholes vs MonteCarlo Analítico para un Call. . . .	76
5.3.3	Black-Scholes vs PDE.	76

IV Aplicación a un producto exótico : El autocallable 77

1	Descripción general	77
1.1	Presentación	77
1.2	Contrato	77
2	Los diferentes elementos de un Autocallable	81
2.1	Los subyacentes	81
2.2	El nivel de referencia	81
2.3	Las fechas de observación	81
2.4	Los Calls	82
2.5	Los cupones contingentes	82
2.6	La Opción	82
3	Los mecanismos del producto	85
4	Enfoque general	87
4.1	Descomposición directa	87
5	Comportamiento del producto y problemas	87
5.1	Longevidad	87
5.2	Payoff	88
5.3	La cobertura	89
5.3.1	Cobertura simple (cobertura desnuda)	89
5.3.2	Cobertura dinámica	90
6	Los productos de referencia	91
6.1	El Phoenix	91
6.2	El Athena	91
7	El funding	92
7.1	Cálculo del funding	94
7.1.1	La esperanza de vida.	94
7.1.2	La tasa de descuento.	95
7.1.3	Funding contante	95
7.2	EL phoenix	96
7.2.1	Presentación	96
7.2.2	Cálculos	97
7.2.3	Conclusiones	97
7.3	El reverse convertible	98
7.3.1	Presentación	98
7.3.2	Cálculos	98
7.3.3	Conclusiones	98

8 Conclusiones	99
8.1 Hipótesis del modelo de Black-Scholes	99
8.2 Criticas	100
8.3 Perspectivas de futuro	101
8.4 Conclusión	102
 V Conclusiones	 103
1 Objetivos	103
2 Satisfacción objetivos del proyecto	103
3 Satisfacción objetivos personales	104
 Referencias	 105
 Anexos	 109

Índice de figuras

1	Organismos rectores en España	17
2	Mercados Organizados y OTC (en billiones de dólares)	18
3	El smile de volatilidad	22
4	El skew de volatilidad	23
5	SWAP de tipo de interés	27
6	Utilización de un SWAP para transformar una deuda	29
7	Un swap con un banco	29
8	Long sobre Call o Put	31
9	Short sobre Call o Put	31
10	Payoff de un Digital Call	32
11	Payoff de un Digital Put	32
12	Las opciones exóticas	35
13	Ejemplo de camino	48
14	Payoff 1	52
15	Payoff 2	53
16	Payoff de un bull spread	54
17	Payoff de un butterfly	54
18	Payoff de un straddle	55
19	Long sobre call	65
20	Evolución de una opción Call	66
21	Evolución de una opción Put	67
22	Código en Visual Basic	72
23	Graficet para el método de MonteCarlo	73
24	Combinación para calcular el precio de un Autocallable	74
25	Payoff de un autocallable	83
26	Payoff exótico de un autocallable	84
27	Cobertura de un Autocallable	85
28	Gestión del dinero durante la vida de un Autocallable	86
29	Duración de los productos	87
30	Repartición de los payoff (1)	88
31	Repartición de los payoff (2)	89
32	Cobertura dinamica de un autocallable	90
33	Interpolaciones de repartición	93
34	Código VBA para Binarias	109
35	Código VBA para Barrera	110
36	Código VBA para Cupones	111
37	Black Scholes Vs Montecarlo	112
38	Elementos Finitos	113
39	Pruebas para el funding	114
40	Payoff de un autocallable	115

Índice de cuadros

1	Tipo cupón cero	21
2	Tabla de pagos del SWAP	28
3	Flujos de efectivo de Apple en el swap sobre divisas	30
4	Las opciones compuestas	41
5	Ejemplo de Phoenix	91
6	Ejemplo de Athena	92
7	Características del Phoenix y del Athena.	93
8	Tabla de funding el 29 Septiembre 2011	94
9	Funding para un phoenix	97
10	Funding para un Reverse Convertible	98

Introducción y objetivos

1 Introducción

Tuve la oportunidad de efectuar una práctica de 6 meses en la empresa Banco Santander en Madrid, uno de los grupos de inversión más grandes del mundo. En efecto, Santander es el primer grupo financiero de la zona Euro y de Iberoamérica y uno de los diez mayores bancos del mundo por capitalización. Además, Grupo Santander es el cuarto banco del mundo por beneficios y el octavo por capitalización bursátil. En 2009, alcanzó un beneficio atribuido ordinario de 8.943 millones de euros, un 1 % más que el año anterior. Durante el período de mi proyecto, fui asignado al departamento Equity & Derivatives (Acciones y Derivados) en el equipo de las analistas cuantitativos. Un analista cuantitativo es una persona que trabaja para fijar precios, evaluar riesgos y identificar oportunidades para obtener beneficios. Este departamento es responsable de los mercados de acciones, futuros y opciones y es un conjunto de traders, vendedores, estructuradores y analistas cuantitativos. Durante este periodo, realice diferentes tareas pero la misión sobre que va a tratar mi proyecto fue el diseño de un método de fijación de precios y particularmente para productos que se llaman : Autocallables.

2 Objetivos

El objetivo fundamental del proyecto es la elaboración de un sistema para evaluar el precio de una opción que se llama “Autocallable”. En base a ese objetivo principal, se proponen los siguientes objetivos parciales:

- Describir los diferentes productos que se utilizan en el mercado.
- Conocer y comparar los sistemas de evaluación de precio y las técnicas de cobertura.
- Crear un sistema para evaluar y cobrar las opciones Callable.
- Diseñar una solución específica para los Autocallable .

Parte I

Productos financieros y productos derivados

1 Los mercados

1.1 Los mercados organizados

El papel de los mercados organizados es de estandarizar los contratos y productos que se intercambian. El elemento principal de estos mercados es la cámara de compensación y de liquidación que gestiona, controla y dirige las operaciones para que cumplan las garantías.

El primer mercado organizado fue el Chicago Board Options Exchange, comenzó regulando el intercambio de opciones sobre valores bursátiles en los años 70 y desde esta fecha han ido apareciendo mercados similares en todos los países desarrollados.

Las características que deben ser satisfechas dentro de estos mercados son las siguientes:

- Existe una regulación que normaliza los elementos del contrato como son sus activos subyacentes, número de títulos, fechas de vencimiento y precio de ejercicio.
- Existe una cámara de compensación por la que se realizan las liquidaciones de los contratos no teniendo que estar en contacto directo los compradores y vendedores de los mismos.
- La liquidez del mercado queda garantizada ya que la sociedad intermediaria asume el riesgo de los posibles fallos.
- Proporciona una información transparente de las ofertas y demandas de contratos así como su cotización.

1.2 El Mercado Oficial de Futuros y opciones Financieros en España.

En un mercado organizado no todo inversor puede actuar sino los que tienen la condición de miembro. En el Mercado Español de opciones y Futuros (MEFF) los miembros son las sociedades o agencias de valores, los bancos y las cajas de ahorros según establece la ley del Mercado de valores, y previa tramitación de la correspondiente solicitud al MEFF. MEFF trata de llevar una gestión ordenada y controlada del mercado, actuando como cámara de liquidación y compensación: compra a unos para vender a otros, respetando y haciendo respetar las normas, y condiciones del mercado. Al actuar MEFF como cámara de liquidación y compensación, los miembros ven reducidos sus riesgos de liquidez, que asume MEFF. Por ello los Mercados Oficiales exigen ciertas garantías a sus miembros ante posibles contingencias de riesgo. Éstas son:

- Liquidación de pérdidas y ganancias por neto (compensación) de la valoración de compras y ventas a cada una de las carteras de las contrapartidas, de forma diaria.
- Constitución de depósitos de garantías consecuencia de ese traslado del riesgo a la Sociedad Rectora; se deposita los fondos en el momento de tener posiciones mediante contrato y es cancelado cuando el contrato vence. La rentabilidad de estos depósitos es recibida por la entidad miembro que lo realiza y será materializada en su momento en Deuda del Estado Anotada pignorada a favor de MEFF o en efectivo, invirtiéndose en Deuda del Estado con pacto de recompra al siguiente día hábil.

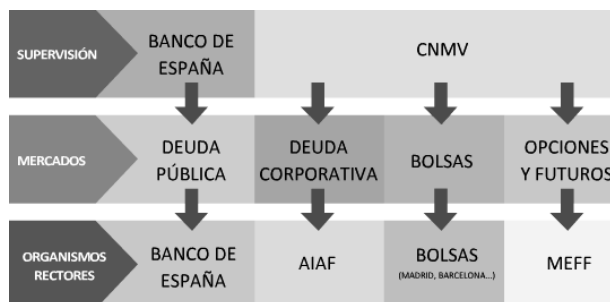


Figura 1: Organismos rectores en España

1.3 Los mercados OTC.

Además de los mercados organizados como MEFF, existen otras maneras alternativas de realizar transacciones, entre ellas la mas exitosa se llama OTC o mercado Over The Counter. En los mercados OTC, las transacciones son generalmente de mayor envergadura que en los mercados organizados y las operaciones se realizan solamente con conversaciones telefónicas grabadas. En estos mercados, no existe ninguna cámara o institución que controle las operaciones, tan solo existe el acuerdo contractual entre las partes en lo referido al nominal, la fecha de vencimiento, plazo, condiciones de liquidación, etc... por lo que existe mucho más riesgo que en los mercados organizados. La ventaja principal del mercado OTC es que las dos partes pueden decidir de un contrato atractivo para ambos y sin las especificaciones del mercado organizado. Además se tiene que subrayar que para las operaciones que se hacen sobre un mercado OTC, no existen costes de intermediación y tampoco existen límites en sus cláusulas. Sin embargo, estos tipos de transacciones tienen más riesgos porque hay más probabilidades de que el contrato no sea satisfecho por una de las dos partes.

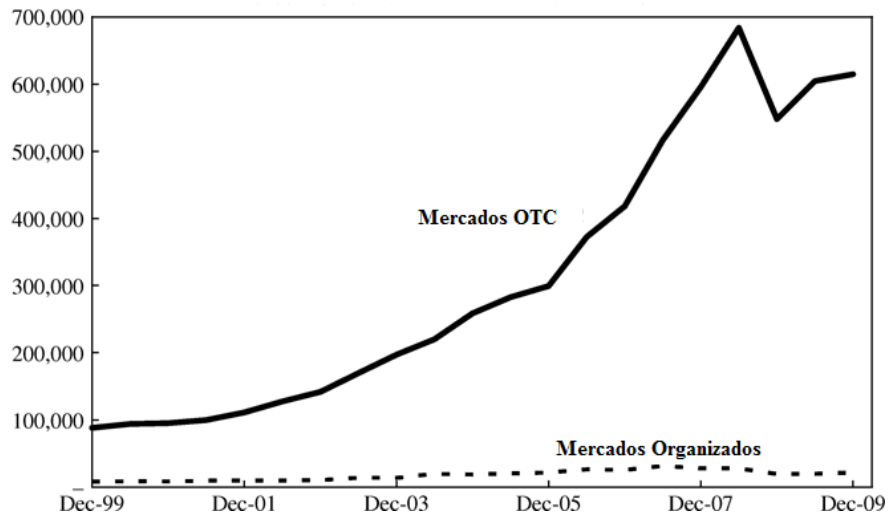


Figura 2: Mercados Organizados y OTC (en billones de dólares)

2 Definiciones de los términos

2.1 Los activos subyacentes.

Un activo subyacente es un activo sobre el cual se basa una opción o un instrumento derivado. La naturaleza de este activo puede ser financiero (acciones, riesgo de crédito, contrato, divisas, índices financieros etc...) o físico (materias primas agrícolas o minerales...).

Por ejemplo, una opción definida sobre una acción permite a su tenedor comprar o vender dicha acción bajo determinadas condiciones. La acción es, por lo tanto, el activo subyacente sobre el que se ha definido la opción.

2.2 Las Tasas.

Para cualquier moneda dada, se ofrecen muchos tipos de interés. Entre éstos se incluyen: los tipos hipotecarios, los depósitos, los tipos preferenciales de préstamos etc... El tipo de interés aplicable en una situación concreta depende del riesgo de crédito. Cuanto mayor es el riesgo de crédito, mayor será el tipo de interés.

2.2.1 Tipos de interés del tesoro.

Los tipos de interés del tesoro son los tipos aplicables a los préstamos de un gobierno en su propia moneda. Por ejemplo los tipos de interés del Tesoro de Reino Unido son los tipos a las que el gobierno puede pedir prestado en libra esterlina. Normalmente se supone que un gobierno nunca deja de pagar obligaciones denominadas en su propia moneda. Por esa razón los tipos de Tesoro suelen recibir la consideración de tipos libres de riesgo.

2.2.2 Tipos LIBOR.

LIBOR es la abreviatura de London Interbank Offer Rate. Es el tipo de interés al que los grandes bancos internacionales financian muchas de sus actividades. En concreto, es el tipo de interés al que un gran banco internacional querrá prestar dinero a otro gran banco. Los tipos LIBOR se determinan mediante las transacciones entre bancos y cambian cuando cambian las condiciones económicas. Los tipos LIBOR son normalmente mayores que sus correspondientes tipos de Tesoro porque hay siempre un riesgo (pequeño) de que el banco no devuelva el dinero.

2.2.3 Tipos EURIBOR.

EURIBOR es el acrónimo de EUropean InterBank Offered Rate. Es un tipo de interés de referencia que se publica cada día utilizando el mismo procedimiento. Se utiliza entre las entidades financieras en el mercado interbancario de euro y se basa en los 42 principales bancos europeos.

2.2.4 Tipos EONIA.

EONIA o Euro OverNight Index Average es un índice que se parece al EURIBOR pero en vez de elaborar el cálculo a partir de los precios ofertados, se utilizan los precios de las operaciones realizadas. Esta ventaja se explota en los mercados y particularmente para los productos derivados.

2.2.5 Tipos Repo.

A veces los gestores de inversiones financian sus actividades con un “repo” o acuerdo de recompra. Este es un contrato en el que el gestor de inversiones propietario de valores acuerda venderlos a otra persona ahora y recomprarlo más tarde a un precio ligeramente superior. Es una forma de préstamo cuyo interés es la diferencia entre el precio de recompra y el de venta. El tipo más común de “repo” es el “overnight repo”, en el que el acuerdo es renegociado cada día.

2.2.6 Tipos cupón cero.

El tipo cupón cero a “n” años es el tipo de interés ganado sobre una inversión que empieza hoy y dura n años. Todo el interés y el principal(valor nominal) son recuperados al final de los n años. No hay pagos intermedios. Esto quiere decir que, si se invierten 100 dólares al tipo libre de riesgo(5 %) durante cinco años, crecerán hasta :

$$100 \times e^{0,05 \times 5} = 128,40.$$

2.2.7 Valoración de bonos.

La mayoría de los bonos pagan cupón de forma periódica. El propietario también recibe el principal al vencimiento. El precio teórico de un bono puede

calcularse como el valor actual de todos los ingresos recibidos por el propietario del bono usando los tipos cupón cero apropiados como tipos de descuento.(tabla)

Vencimiento	Tipo cupón cero %
0.5	5.0
1.0	5.8
1.5	6.4
2.0	6.8

Cuadro 1: Tipo cupón cero

Suponga que un bono del Tesoro a dos años con un principal de 100 dólares pagase cupones del 6 por ciento cada año de forma semestral. Para calcular el valor actual del primer cupón de 3 dólares ($6\% \times 0,5$), lo descontamos al cinco por ciento durante los seis primeros meses. El valor del segundo cupón de tres dólares lo descontamos al 5,8 por ciento un año y continuamos hasta el último cupón.

El precio teórico del bono sera :

$$3e^{-0,05 \times 0,5} + 3e^{-0,058 \times 1,0} + 3e^{-0,064 \times 1,5} + 103e^{-0,068 \times 2,0} = 98,39$$

2.3 El concepto de volatilidad

Lo que se llama volatilidad puede definirse como una medida de la frecuencia e intensidad de los cambios del precio de un activo o de un tipo. La volatilidad se puede medir de muchas maneras pero, a efectos de valorar una opción o un instrumento que contenga una opción incorporada, la volatilidad se mide normalmente como desviación típica del porcentaje anual de cambio cuando ese porcentaje se compone continuamente. La volatilidad se puede medir a partir de datos históricos para conseguir una volatilidad histórica o se puede extraer del precio de una opción con el uso de un modelo apropiado para la determinación de precio de opciones para obtener una volatilidad implícita.

2.3.1 Volatilidad histórica.

La volatilidad histórica es una medida estadística del movimiento pasado de los precios. La volatilidad histórica es la volatilidad del precio de un activo

calculado a partir de datos históricos, y es por eso una medición retrospectiva. Desde un punto de vista mas matemático, la volatilidad es la desviación típica del precio de un activo durante un tiempo dado. Generalmente calculamos la volatilidad para el subyacente de un producto y tomaremos un tiempo de observación sobre las variaciones históricas del mismo orden de magnitud que nuestro producto.

2.3.2 Volatilidad implícita.

La volatilidad implícita es una estimación de la volatilidad futura del precio de algún activo donde dicha volatilidad se mide como desviación típica del porcentaje de cambio anual en el precio del activo cuando los cambios de porcentaje se miden en el supuesto de una composición continua del porcentaje. Estas estimaciones se denominan volatilidades implícitas porque la volatilidad futura no se puede observar en la actualidad y, por lo tanto, debe calcularse a partir de los precios de las opciones que se contratan sobre el activo.

Este indicador expresa las expectativas del mercado sobre la volatilidad del activo subyacente de una opción hasta su vencimiento.

2.3.3 El smile de volatilidad.

El trazado de la volatilidad implícita de una opción se llama el smile de volatilidad.



Figura 3: El smile de volatilidad

Se da el nombre de smile de volatilidad porque parece a un sonrisa (smile en inglés). La figura muestra que si el precio se queda cerca de su precio actual, la volatilidad cambiará poco mientras que si ocurre un cambio de magnitud importante, la volatilidad va a aumentar de manera pronunciada. Para entender este vínculo, podemos imaginar una acción que aumenta un 40 % en 1 día. En primer lugar, constatamos que la volatilidad del día será importante y muchas personas van a interesarse a dicha acción y comprar pensando que va a aumentar más o vender para hacer beneficios. Todas estas operaciones de compra y de venta van a influir sobre el precio y la volatilidad va a aumentar aún más. De la misma manera si la acción baja de un 40 %, la volatilidad tenderá a aumentar aún más - este fenómeno se llama smile de volatilidad.

2.3.4 El skew de volatilidad.

Sin embargo, en realidad utilizamos más una figura que se llama el skew de volatilidad.



Figura 4: El skew de volatilidad

Esta figura tiene puntos comunes con el smile de volatilidad y también se basa sobre el vínculo entre la variación del precio y las reacciones de comprar o vender de los humanos. Sin embargo, la experiencia ha mostrado que las subidas o las caídas de un activo, no implican las mismas consecuencias sobre el mercado. Para subrayar esta diferencia, en lugar de hacer una curva simétrica como el smile, construimos una otra curva que se llama el skew de volatilidad.

2.4 Los operadores.

Existen, básicamente, tres categorías de operadores : aquellos que hacen operaciones de cobertura o coberturistas (hedger), especuladores que basan sus trabajos en las fluctuaciones de los precios para obtener rápidamente beneficios y los arbitrajistas (arbitrageurs) que intentan conseguir beneficios de los errores o retraso en los precios.

2.4.1 Coberturistas.

Los coberturistas usan los futuros, contratos a plazo o opciones para reducir el riesgo.

Ejemplo :

- La situación: Un inversor tiene 50 acciones de Telefónica y desea protegerse de una posible caída del precios de las acciones durante 3 meses. Precio actual de las acciones de Telefónica : 100 €. Precio de la opción de venta de Telefónica con vencimiento en 3 meses y precio de ejercicio 90€ : 5€
- La estrategia: El inversor compra 10 contratos de opción de venta por un total de $10 \times 50 \times 5 = 2500€$.
- El resultado: El inversor tiene derecho de vender las acciones por, al menos, $10 \times 50 \times 90 = 45000€$ en cualquier momento de los próxima 3 meses. El valor del conjunto (acciones + opción de venta) permanece por encima de 42500€ (45000 - 2500).

2.4.2 Especuladores.

Los especuladores utilizan estos productos para apostar acerca de la dirección futura del mercado.

Ejemplo :

- La situación: Un especulados que dispone de 1000€ para invertir, piensa que el precio de REPSOL aumentara en los próximos dos meses. Precio actual de la acción : 50€.

Opción de compra de REPSOL en 2 meses con el precio de ejercicio de 55€ : 2€.

- Estrategias alternativas:
 1. Comprar 20 acciones de REPSOL.
 2. Comprar 500 opciones de compra a 55€ en 2 meses.El coste de ambas estrategias es 1000€.
- Comportamiento de la acción:
 - a. REPSOL sube hasta 80€ al final de los 2 meses
 - b. REPSOL baja hasta 30€ al final de los 2 meses
- Resultados posibles:
 1. a. El inversor obtiene un beneficio de $(80-50) \times 20 = 600\text{€}$
 - 1 b. El inversor pierde $(50-30) \times 20 = 400\text{€}$
 - 2 a El inversor obtiene un beneficio de $(80-55) \times 500 - 1000 = 11500\text{€}$
 - 2 b. El inversor pierde $2 \times 500 = 1000\text{€}$

2.4.3 Arbitrajistas.

Los arbitrajistas toman posiciones compensadoras en dos o más instrumentos asegurándose un beneficio.

Ejemplo :

- La situación: Las acciones de una empresa cotizan tanto en la Bolsa de Nueva York como en la de Madrid. Se han dado últimamente las siguientes cotizaciones :
 - New York Stock Exchange : 144\$ por acción.
 - Madrid Stock Exchange : 100€ por acción
 - Valor de 1€ = 1,4700\$
- La estrategia:
 1. Comprar 100 acciones en Nueva York.
 2. Vender las acciones en Madrid.
 - 3 Convertir los euros de la venta en dólares americanos.
- El resultado: Beneficio = $100 \times (1,4700 \times 100 - 144) = 300\$$.

3 Los productos.

3.1 Contratos de opciones.

Hay dos grandes tipos de opciones : las de compra (Call), que dan al titular el derecho de comprar un activo a un precio determinado a una fecha establecida, y las de venta (Put) que dan al titular el derecho de vender un activo a un precio determinado a una fecha establecida. En el contrato se define el precio contractual que se llama precio de ejercicio (Strike price) y la fecha de finalización del contrato : la fecha de vencimiento (Maturity). Debemos subrayar el hecho de que una opción otorga a su titular el derecho a hacer algo, sin estar obligado a ello. Es en este punto se diferencian las opciones y los contratos de futuros.

3.2 Contratos de Futuros.

Un contrato de futuros es un acuerdo para comprar o vender un activo a una fecha futura a un precio determinado. Los futuros fueron creados originalmente para satisfacer las demandas de agricultores y comerciantes. En efecto, para controlar y protegerse de las variaciones de precios vinculados con los precios altos y durante las situaciones de exceso de oferta (bajos precios). Un agricultor y un comerciante pueden negociar un contrato de futuros : los dos se ponen de acuerdo algunos meses antes de la cosecha para que el comerciante compre a un precio los cereales.

El Chicago Board of trade fue el primer mercado organizado para estandarizar las cantidades, calidades y precios de cereales. Los principales productos que se intercambian son : el maíz, avena, soja, harina de soja, aceite de soja y trigo.

3.3 “Forward Contract”.

Un Forward, como instrumento financiero derivado, es un contrato a largo plazo entre dos partes para comprar o vender un activo a precio fijado y en una fecha determinada. Se diferencia solamente del contrato de futuros por la manera de realizar el pago. El pago del “Forward Contract” se realiza al final del periodo mientras que en un futuro, el pago se efectuará al final de cada día de acuerdo con las variaciones del mercado.

3.4 Los SWAP.

Un swap es un acuerdo entre dos partes para el intercambio de flujos de caja en el futuro. El acuerdo define las fechas en las cuales se deben pagar los flujos en efectivo y la manera de calcular dichos flujos. Normalmente el cálculo de los flujos de efectivo incluye los valores futuros de una o más variables de mercado.

Ejemplo : supongamos que una empresa firma un contrato para comprar 2 toneladas de trigo en dos meses a 10 000€ por tonelada . La empresa puede vender el trigo en 2 meses tan pronto como lo reciba. El contrato es equivalente al swap donde la empresa acuerda que en un año pagará 20 000€ y recibirá 2.S, donde S es el precio de mercado de una tonelada de trigo en esa fecha.

3.4.1 SWAP de tipo interés.

El tipo variable en muchos acuerdos SWAP de tipo interés es el “London Interbank Offer Rate” (LIBOR). El LIBOR es el tipo de interés ofrecido por los bancos en depósitos realizados por otros bancos en mercado de Euro divisas. El LIBOR mensual es el tipo ofrecido a depósitos mensuales, el LIBOR trimestral es el tipo ofrecido en depósitos trimestrales y así sucesivamente. Los tipos LIBOR se determinan mediante acuerdos entre bancos y cambian frecuentemente de forma que la oferta de fondos en el mercado interbancario iguale la demanda de fondos en ese mercado. A menudo el LIBOR es el primer tipo de interés de referencia para los préstamos a tipo variable en el mercado financiero doméstico y es un tipo de interés de referencia para préstamos en mercados financieros internacionales.



Figura 5: SWAP de tipo de interés

Ejemplo:

- Para entender cómo se usa, consideramos una parte A que acuerda pagar a una parte B un tipo de interés del 5 por ciento anual sobre un capital de 100 millones de dólares, y la Parte B acuerda pagar a la Parte A el tipo LIBOR semestral sobre el mismo capital. Suponemos que el acuerdo especifica que los pagos tienen que ser intercambiados cada seis meses, y el 5 por ciento de tipo de interés se valora semi anualmente. La tabla de los pagos es la siguiente :

Fecha	LIBOR a 6 meses	Pagos a tipo variable	Ingresos a tipo fijo	Pegos netos
1 enero 2000	4,20			
1 junio 2000	4,80	+2,10	-2,50	-0.40
1 enero 2001	5,30	+2,40	-2,50	-0.10
1 junio 2001	5,50	+2,65	-2,50	+0.15
1 enero 2002	5,60	+2,75	-2,50	+0.25
1 junio 2002	5,90	+2,80	-2,50	+0.30
1 enero 2003	6,40	+2,95	-2,50	+0.45

Table 2: Tabla de pagos del SWAP

3.4.2 Uso del swap para transformar una deuda.

Tipo variable a fijo.

Parte A puede usar el SWAP para transformar un préstamo a tipo variable en un préstamo a tipo fijo.

Supongamos que Parte A ha acordado pedir 100 millones de dólares a un tipo LIBOR mas 10 puntos básicos (0.10 %).

Tiene 3 flujos de efectivo :

1. Pagar LIBOR más 0.1 por ciento a sus prestamistas exteriores.
2. Recibir LIBOR bajo los términos del SWAP
3. Pagar 5 por ciento bajo los términos del SWAP.

Conclusión : el swap permite un pago neto de tipo fijo del 5,1 por ciento.

Tipo fijo a variable.

Parte B puede usar el SWAP para transformar un préstamo a tipo fijo en un préstamo a tipo variable.

Supongamos que la Parte A tiene un préstamo a 3 años de 100 millones de dólares en el que paga un 5,2 por ciento. Después de haber entrado en el SWAP, tendrá 3 tipos de flujos :

1. Pagar 5,2 por ciento a sus prestamistas exteriores.
2. Pagar LIBOR bajo los términos del SWAP
3. Recibir 5 por ciento bajo los términos del SWAP.

Conclusión : el swap permite un pago neto de tipo variable de LIBOR mas 0,20 por ciento.

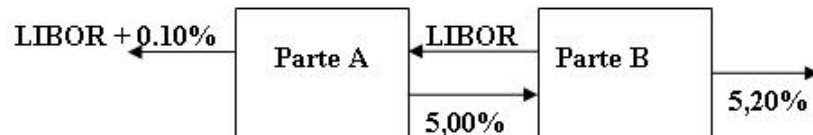


Figura 6: Utilización de un SWAP para transformar una deuda

Normalmente dos empresas no acuerdan directamente un swap de esta forma. Necesitan un intermediario financiero como un banco.

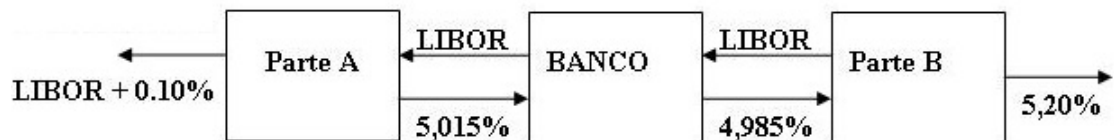


Figura 7: Un swap con un banco

SWAP sobre divisas.

Otra modalidad muy extendida de swap es el conocido como swap sobre divisas. En su forma más sencilla implica intercambios de liquidaciones de principal e intereses de tipo fijo en una divisa, por principal e intereses de tipo fijo, en otra divisa.

Un acuerdo swap sobre divisas requiere especificar el principal en ambas divisas. Los principales se suelen intercambiar al principio y al fin del swap.

Normalmente, los principales se eligen para que sean aproximadamente equivalentes utilizando el tipo de cambio al inicio del swap.

Ejemplo

Consideramos un acuerdo SWAP sobre divisas entre Apple y BBVA iniciado el 1 de febrero de 2000. Suponemos que Apple paga un tipo fijo de interés del 11 por ciento en euros y recibe un tipo fijo de interés de 8 por ciento en dólares de BBVA. Los pagos de intereses se realizan una vez al año y los valores de principal son 15 millones de dólares y 10 millones de euros.

Al inicio del SWAP, Apple paga 15 millones de dólares y recibe 10 millones de euros. Luego, cada año, durante la vida del contrato SWAP, Apple recibe 1,20 millones de dólares (8 % de 15 millones de dólares) y paga 1,10 millones de euros (11 % de 10 millones de euros). Al acabar el SWAP paga un principal de 10 millones de euros y recibe un principal de 15 millones de dólares. Estos flujos de efectivos se muestran en la tabla :

Fecha	Millones de dólares	Millones de euros
1 Feb 2000	-15,00	+10,00
1 Feb 2001	+1,20	-1,10
1 Feb 2002	+1,20	-1,10
1 Feb 2003	+1,20	-1,10
1 Feb 2004	+1,20	-1,10
1 Feb 2005	+1,20	-1,10
1 Feb 2006	+15,00 +1,20 = +16,20	-10,00 -1,10 = -11,10

Cuadro 3: Flujos de efectivo de Apple en el swap sobre divisas

Un swap sobre divisas puede ser utilizado para transformar préstamos en activos.

4 Las opciones.

4.1 Compra o venta.

Existe dos tipos de opciones :

- opciones CALL : cuando la opción da el derecho de comprar un activo.
- opciones PUT : cuando la opción da el derecho de vender un activo.

Existe dos maneras de utilizar opciones :

- Estar LONG o LARGO (Comprar) sobre una opción : cuando la persona quiere comprar una opción.
- Estar SHORT o CORTO (Vender) sobre una opción : cuando la persona quiere vender una opción.

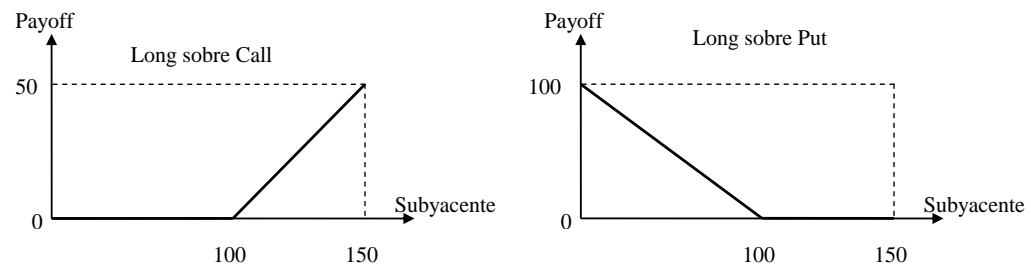


Figura 8: Long sobre Call o Put

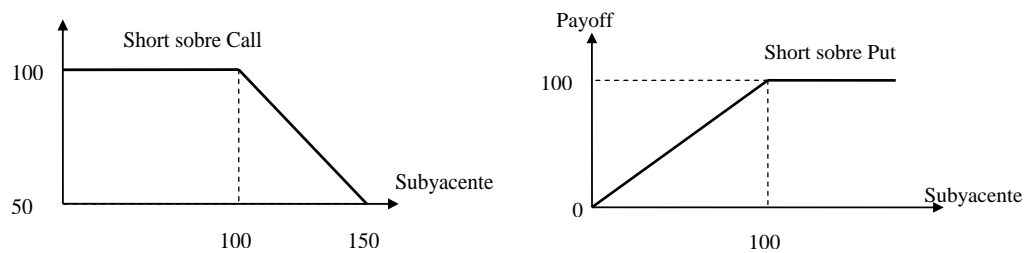


Figura 9: Short sobre Call o Put

4.2 Utilización de la opción.

Existe básicamente tres tipos de opciones : Europeas, Americanas y Bermudas. Las opciones Europeas solo pueden ser ejercidas en la fecha de vencimiento y son las mas utilizadas. Las opciones Americanas pueden ser ejercidas en cualquier momento hasta su fecha de vencimiento inclusive. Estos tipos de opciones cuestan más dinero y son menos utilizadas que las Europeas. Las opciones Bermudas solo pueden ser ejercidas en determinados momentos entre la fecha de compra y el vencimiento. Permiten el ejercicio en días particulares. Se denominan “exóticas” porque no son las más corrientes en los mercados.

4.3 Binarias.

Las opciones binarias, también llamadas opciones digitales, son muy populares en los mercados OTC para especular o realizar coberturas. También se suelen utilizar para la construcción de productos más complejos (productos estructurados). Existen varios tipos de opciones digitales, siendo las más comunes:

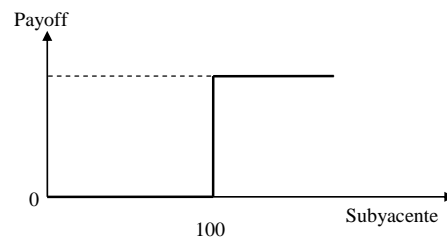


Figura 10: Payoff de un Digital Call

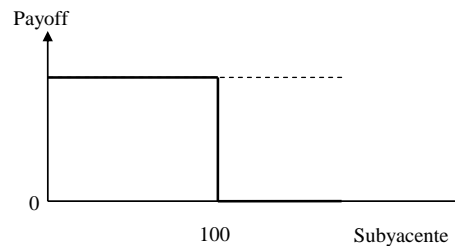


Figura 11: Payoff de un Digital Put

4.4 Opciones salto.

Una opción salto es una opción en la que el “strike” determina el pago a vencimiento de la opción. Posiblemente se entienda mejor este tipo de opciones con un ejemplo: supongamos el caso de una opción salto de tipo call y strike 100 que paga 100\$ con la condición de que la diferencia entre el strike y el precio del subyacente a vencimiento sea superior a 20; en caso de que no exista ese diferencial entonces no hay pago a vencimiento.

Payoff para un CALL :

$$\text{si } S \leq X1 \text{ Payoff}_{call} = 0$$

$$\text{si } S > X1 \text{ Payoff}_{call} = S - X2$$

Con X1 que representa el nivel de la condición mientras que X2 representa el nivel de referencia del pago.

Payoff para un PUT :

$$\text{si } S \geq X1 \text{ Payoff}_{call} = 0$$

$$\text{si } S < X1 \text{ Payoff}_{call} = X2 - S$$

4.5 Opciones dinero o nada.

Una opción dinero o nada es aquella que paga una cantidad especificada (o nada) en la fecha de vencimiento si la opción acaba dentro del dinero (cerca del precio de compra). En el caso de la opción call dinero o nada se paga una cantidad si el subyacente está por encima del strike en la fecha de vencimiento, mientras que en el caso de las opciones put cash es al contrario.

Payoff para un CALL :

$$\text{si } S \leq X \text{ Payoff}_{call} = 0$$

$$\text{si } S > X \text{ Payoff}_{call} = K$$

4.6 Opciones activo o nada.

El pago a vencimiento de estas opciones depende de si a vencimiento acaban dentro del dinero. Si es así pagan el precio del activo subyacente. Payoff para un CALL :

$$\text{si } S \leq X \text{ Payoff}_{call} = 0$$

$$\text{si } S > X \text{ Payoff}_{call} = S$$

4.7 Opciones supershare.

El pago a vencimiento de estas opciones depende de si a vencimiento el subyacente esta dentro de una banda. Si es así pagan el ratio del activo subyacente sobre barrera inferior.

Payoff para un CALL :

$$\text{si } X1 \leq S \leq X2 \text{ Payoff}_{call} = \frac{S}{X1}$$

$$\text{de otro modo Payoff}_{call} = 0$$

4.8 Opciones dinero o nada de dos activos.

Un tipo de opciones binarias algo más complejas son las opciones dinero o nada sobre dos activos. Existen cuatro tipos de opciones:

Dinero o nada call sobre dos activos: paga una cantidad fija si el subyacente del activo 1 está por encima del strike 1 y el subyacente del activo 2 también está por encima del strike 2 en la fecha de vencimiento.

Dinero o nada put sobre dos activos: paga una cantidad fija si el subyacente del activo 1 está por debajo del strike 1 y el subyacente del activo 2 también está por debajo del strike 2 en la fecha de vencimiento.

Dinero o nada up-down sobre dos activos: paga una cantidad fija si el subyacente del activo 1 está por encima del strike 1 y el subyacente del activo 2 está por debajo del strike 2 en la fecha de vencimiento.

Dinero o nada down-up sobre dos activos: paga una cantidad fija si el subyacente del activo 1 está por debajo del strike 1 y el subyacente del activo 2 está por encima del strike 2 en la fecha de vencimiento.

4.9 Exóticas

Las opciones las mas comunes :

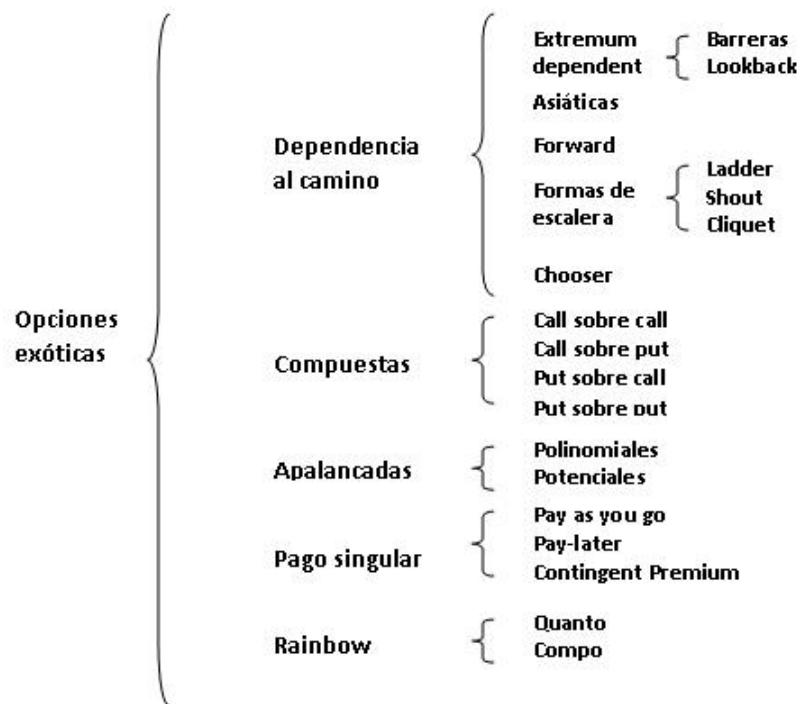


Figura 12: Las opciones exóticas

4.9.1 Barrera.

Las opciones barrera son opciones que adquieren vigencia o la pierden según que el precio del activo subyacente alcance un determinado nivel de barrera durante la vida de la opción. En algunos casos existe la posibilidad de que si la opción se desactiva (o no se activa) se compense al comprador de la misma con una cantidad denominada rebato.

Podemos establecer distintas posibilidades a la hora de diseñar una opción barrera:

Down, cuando la barrera está por debajo del subyacente en el momento de

comprar la opción

Up, cuando el nivel de la barrera está por encima del subyacente en el momento de comprar la opción

In, en el caso de que la opción se active si el subyacente toca la barrera

Out, en el caso de que la opción se desactive si el subyacente toca la barrera

Combinando estas posibilidades, podemos construir diferentes tipos de opciones barrera. Así, por ejemplo una opción barrera put down-and-out será una opción put que se desactivará si se toca la barrera, la cual está por debajo del subyacente en el momento de comprar la opción.

Las opciones barrera ofrece una excelente alternativa para cubrir riesgos en niveles críticos de precios ya que resultan más baratas que las opciones tradicionales que estén fuera del dinero.

Opciones doble barrera.

Las opciones doble barrera son similares a las anteriores. La única diferencia es que el valor final de la opción dependerá de si el subyacente toca (o no) una barrera superior y otra barrera inferior. Existen seis tipos de opciones doble barrera:

Up-and-out AND down-and-out : si el subyacente toca la barrera superior y inferior la opción se desactiva.

Up-and-in AND down-and-in : si el subyacente toca la barrera superior y inferior la opción se activa.

Up-and-out OR down-and-out : si el subyacente toca la barrera superior o inferior la opción se desactiva.

Up-and-in OR down-and-in : si el subyacente toca cualquiera de las dos barreras la opción se activa.

Up-and-in AND down-and-out : si el subyacente toca la barrera superior y no toca la barrera inferior se activa.

Up-and-out AND down-and-in : si el subyacente toca la barrera inferior y no toca la barrera superior se activa.

Barreras temporales.

Además, existen también barreras temporales que son activas únicamente durante un periodo de la vida del producto.

Barreras exóticas.

Si combinamos estos productos podemos forzar el camino del subyacente a tocar una barrera inferior y después una superior . También, se puede imaginar que cada vez que una barrera es tocada, la posición de esta barrera cambia un cierto porcentaje.

Roll-Up y Roll-Down :Una opción Roll-Up o una Roll-Down opción es al principio una opción vanilla pero si alcanza un nivel definido se cambia a una opción barrera.

Outside o Rainbow Barrera :Estos tipos de opción tienen payoff o activación que dependen de un otro subyacente.

4.9.2 Lookback

Este tipo de opción da el derecho a comprar (vender) con el precio el más bajo(alto) que ha tenido el subyacente durante todo su vida. El beneficio de un Lookback call es :

$$Payoff = \max(S_{final} - S_{min}, 0)$$

Además podemos utilizar este tipo de opción solo sobre un segmento de la vida del producto; por ejemplo durante la ultima semana antes el vencimiento.

4.9.3 Asiáticas

El valor final de este tipo de opciones se obtiene por la media aritmética (o geométrica) de los precios del subyacente en un período previo estipulado antes del vencimiento de la opción. Generalmente, la media se calcula en base a los precios diarios de cierre del subyacente. En los mercados OTC es muy común que el plazo para el cálculo comience en el momento en el que se crea la opción y finalice a su vencimiento, aunque no existe ningún inconveniente técnico en utilizar otra convención ; por ejemplo el precio medio del mes, trimestre, etc., anterior al vencimiento).

La finalidad fundamental de este tipo de opciones es reducir las posibilidades de manipulación del precio del subyacente en la fecha de vencimiento. También

algunos inversores las consideran útiles cuando su política de compras (o ventas) les obliga a realizar transacciones frecuentes sobre un mismo activo en un horizonte temporal determinado. Frente a la alternativa de comprar varias opciones a diferentes vencimientos, resulta más barato comprar una opción asiática con vencimiento al final del período, logrando un nivel similar de cobertura de riesgos.

Las medias pueden intervenir sobre el strike o el precio de la acción :

Mediana strike call : $Payoff = \max(S_{final} - \tilde{X}, 0)$

Mediana strike put : $Payoff = \max(\tilde{X} - S_{final}, 0)$

Mediana rate call : $Payoff = \max(\tilde{S} - X, 0)$

Mediana rate put : $Payoff = \max(X - \tilde{S}, 0)$

Con la notación : *Con la notación : $\tilde{A} = media$ de A*

Las medias pueden ser de diferentes formas :

Medias aritméticas:

$$\frac{\sum_{i=1}^n S_i}{n}$$

Medias geométricas:

$$\frac{\sum_{i=1}^n e^{\ln(S_i)}}{n}$$

Medias ponderadas : los precios los mas recientes tienen más peso que los antiguos o con diferentes pesos según el día de la semana.

Media continua : el principio de esta media es tomar en cuenta todos los valores del subyacente pero en el caso real, se tiene que hacer discretos.

Las opciones asiáticas funcionan de muy buena manera para los subyacentes con una volatilidad débil (menos de 30 %).

4.9.4 Opciones Forward Start.

Una opción forward start es una opción que comienza en una fecha futura. Se suelen utilizar en las empresas que tienen como sistema de incentivos para sus empleados el uso de opciones sobre acciones de la propia compañía.

Normalmente estas opciones comienzan en un porcentaje determinado dentro o fuera del dinero. Si es menor que la unidad, la opción call (put) comenzará dentro del dinero (fuera del dinero). Si es igual a la unidad, la opción comenzará en el dinero; por último, si el valor de es superior a la unidad, la opción call (put) comenzará fuera del dinero (dentro del dinero).

4.9.5 Opciones con Vencimiento Extensible

Las opciones con vencimiento extensible son aquellas opciones que pueden ser ejercitadas en la fecha inicialmente prevista pero que pueden extenderse hasta otra futura si la opción en la fecha inicial está fuera de dinero.

4.9.6 Opciones Ladder.

Son opciones que permiten congelar los beneficios cuando el activo subyacente alcanza un nivel prefijado, con ello, nos aseguramos un cierto beneficio de antemano. El precio de ejercicio es fijo y el valor final del subyacente será el máximo (para la call) o el mínimo (para la put) entre unos valores predeterminados temporalmente y el precio final. En el caso que la cotización del subyacente no alcance ninguno de los valores predeterminados, el valor intrínseco al vencimiento será igual que el de cualquier opción simple.

4.9.7 Opciones Shout.

Permiten a su poseedor establecer nuevos precios de ejercicios en función de si el subyacente alcanza, o no, unos determinados valores. Esto lo podrá realizar en el momento que desee, pero teniendo limitado el número de veces que lo puede llevar a cabo. Cuando el poseedor de la opción fija un nuevo precio de ejercicio, el valor intrínseco en ese momento queda garantizado, pudiendo tener unas ganancias extras si al vencimiento de la opción el valor del subyacente

supera el último precio de ejercicio fijado. Se tiene la posibilidad de crear diversas combinaciones de riesgo/rendimiento, permitiendo conseguir un rendimiento mínimo a través del bloqueo cuando entra “in the money” (cerca del precio de compra), mientras se mantiene la posibilidad de subidas potenciales adicionales. El precio puede reducirse estableciéndose un cap o límite superior en la subida. Además, permite conseguir estructuras a medida para acomodarse a los objetivos específicos del inversor, equilibrando costes con perspectivas de mercado y potencial de subida.

4.9.8 Opciones Cliquet.

Son opciones simples con un precio de ejercicio inicial que va cambiando en unas fechas predeterminadas, igualándose al valor alcanzado por el subyacente en esas fechas. Los valores intrínsecos que se vayan consiguiendo con los cambios en el precio de ejercicio quedan garantizados para el tenedor de la opción. Con esto se consigue ir acumulando las rentabilidades obtenidas a lo largo de un horizonte temporal.

4.9.9 Opciones Chooser.

Las opciones chooser son aquellas que ofrecen al comprador de la opción la posibilidad de elegir en una fecha determinada entre una opción call o una opción put. Existen a su vez dos tipos de opciones chooser, simples y complejas. Las de tipo simple ofrecen la posibilidad al comprador de la opción de elegir en una fecha determinada entre una opción call o put con las mismas características, es decir, mismo strike y misma fecha de vencimiento. En el caso de las opciones chooser complejas ofrecen la posibilidad al comprador de la opción de elegir entre una call y una put con diferentes strikes y fechas de vencimiento.

4.9.10 Compuesta.

Es una opción sobre otra opción (opción de una opción). Se les conoce también como split fee options porque hay un pago debido a la opción en sí y otro por la opción subyacente. Se plantean cuatro combinaciones: Por ejemplo, veamos una call sobre una «put». En la primera fecha de vencimiento, si se ejercita

el derecho a comprar una put, pagará el primer precio de ejercicio y recibirá la put, que le dará derecho a vender el activo subyacente a un segundo precio de ejercicio en la segunda fecha de vencimiento. Está claro que el tenedor de la opción compuesta sólo la ejercitará en el primer vencimiento, si el valor de la opción segunda en ese momento es mayor que el precio de ejercicio correspondiente a la primera opción. El precio de las opciones compuestas es inferior al de las opciones normales, pero si se ejercen al vencimiento, el coste total es más caro debido a la suma de las dos primas. Este tipo de opciones suelen utilizarse en la cobertura de riesgos cuando la probabilidad de que ocurra es baja. Por tanto suponen coberturas condicionales, es decir, nos cubrimos si sucede un hecho determinado (por ejemplo resolución de una sentencia, una nueva legislación,...). Desde el punto de vista del especulador producen un alto grado de apalancamiento financiero.

Nombre	Comprador derecho a	Vendedor obligación a
Call sobre call	Comprar call	Vender call
Call sobre put	Comprar put	Vender put
Put sobre call	Vender call	Comprar call
Put sobre put	Vender put	Comprar put

Cuadro 4: Las opciones compuestas

4.9.11 Opciones potenciales o polinomios.

En este tipo de opciones, el valor intrínseco determina según una función potencial o polinómica en lo que refiere al subyacente. Esto conllevará un mayor nivel de apalancamiento.

4.9.12 Opciones pay as you go.

Con estos tipos de opción, el pago no se hace al inicio sino durante toda la vida del producto. Un calendario define los días de pagos pero el comprador puede parar sus pagos antes del vencimiento y renunciar a utilizar la opción.

4.9.13 Opciones pay later o contingente premium.

Son opciones cuya prima es pagada al vencimiento únicamente si se cumplen ciertos requisitos. Estas opciones pertenecen al grupo de pago singular con pago

de primas diferido. La prima se paga en el momento de ser ejercidas, estando el comprador obligado a ejercerlas siempre que la opción expire in the money, aunque materialice una pérdida como consecuencia del pago diferido de la prima. En el caso contrario, es decir, si al vencimiento la opción está out of the money, el comprador no tendrá que pagar cantidad alguna por la opción que disfrutó.

4.10 Con cambios de divisas

4.10.1 Quanto.

Este tipo de opción se utiliza para comprar con otra moneda que la divisa utilizada para el pago. Las opciones Quanto permiten protegerse de las variaciones de las divisas.

Por ejemplo, un inversor japonés que pretendo invertir en España, puede entrar en un contrato de opción quanto en cual reciba el beneficio de las acciones INDITEX, pero que se le pague en yenes en lugar de euros.

4.10.2 Compo.

Contrario al quanto, las variaciones de la divisas influyen directamente sobre el payoff de la opción. Las opciones son sobre subyacentes extranjeros denominado en divisas con precio de ejercicio en la moneda doméstica. En la practica, a la expiración de la opción el precio se convertido en divisas domésticas.

Por ejemplo, un inversor español compra 200 acciones de Microsoft para 4000\$. Si la cotización del cruce Dolar(\$)/Euro(€) = 1.35/1, el inversor pagará $\frac{4000}{1,35} = 2963\text{€}$. Dos meses después, las acciones Microsoft están evaluadas a 4500\$ y el Dolar(\$)/Euro(€)=1.45/1. El inversor venderá sus acciones Microsoft y recuperará $\frac{4500}{1,45} = 3103\text{€}$.

4.11 Dos subyacentes o varios.

4.11.1 Las diferentes opciones (1).

Dentro de este apartado existen numerosos tipos de opciones. Las más usuales son:

- Opciones sobre el intercambio de dos activos : Su funcionamiento es muy sencillo, el comprador de una opción sobre el intercambio de dos activos adquiere el derecho de intercambiar el activo 2 por el activo 1 en la fecha de vencimiento.

- Opciones sobre dos activos correlacionados : Las opciones sobre dos activos correlacionados son muy comunes en la realización de coberturas de carteras cuando existen movimientos adversos en los precios de los activos. Así, es frecuente la utilización de este tipo de opciones sobre dos índices de bolsa o sobre un índice de bolsa y un tipo de cambio.

- Opciones sobre el máximo y el mínimo de dos activos : Las opciones sobre el máximo y el mínimo de dos activos se caracterizan porque pagan el máximo o el mínimo de dos activos. Esto es, el comprador de una opción call sobre el máximo (mínimo) de dos activos adquiere el derecho a comprar en la fecha de vencimiento de la opción el valor del subyacente máximo (mínimo) de los dos activos. Por otro lado, el comprador de la opción put sobre el máximo (mínimo) de dos activos adquiere el derecho a vender en la fecha de vencimiento de la opción el valor del subyacente máximo (mínimo) de los dos activos.

4.11.2 Las diferentes opciones (2).

Por lo tanto, tenemos cuatro tipos de opciones:

- Call sobre el mínimo de dos activos : El comprador de la opción adquiere el derecho a comprar el subyacente con el precio más bajo en la fecha de vencimiento de la opción.

- Call sobre el máximo de dos activos : El comprador de la opción adquiere el derecho a comprar el subyacente con el precio más alto en la fecha de vencimiento de la opción.

- Put sobre el mínimo de dos activos : El comprador de la opción adquiere el derecho a vender el subyacente con el precio más bajo en la fecha de vencimiento de la opción.

- Put sobre el máximo de dos activos : El comprador de la opción adquiere el derecho a vender el subyacente con el precio más alto en la fecha de vencimiento de la opción.

4.11.3 Opciones clasicistas.

Rendimiento relativa: El payoff de estos tipos de opciones es:

Producto clasicista:

$$Payoff = \max\left(\frac{S_1}{S_2} - X, 0\right)$$

Producto opción:

$$Payoff = \max(S_1 S_2 - X, 0)$$

Producto con dos subyacentes :

$$Payoff_{call} = \max(S_2 - X, 0) \text{ si } S_1 > X_1 \text{ sino } 0$$

Cambiar un activo por un otro:

Este opción da el derecho de cambiar el activo S2 contra S1 al vencimiento.

El payoff de la opción es :

$$Payoff_{call} = \max(Q_1 S_1 - Q_2 S_2 - X, 0)$$

Producto con aproximación:

$$Payoff_{call} = \max(S_1 - S_2 - X, 0)$$

4.11.4 Barreras.

Opciones con barreras sobre dos activos.

- Down and out:

$Payoff_{call} = \max(S_1 - X, 0)$ si $S_2 > H$ si no 0 cuando toca.

- Up and out:

$Payoff_{call} = \max(S_1 - X, 0)$ si $S_2 < H$ si no 0 cuando toca

- Down and in:

$Payoff_{call} = \max(S_1 - X, 0)$ si $S_2 < H$ si no 0 al vencimiento.

- Up and in:

$Payoff_{call} = \max(S_1 - X, 0)$ si $S_2 > H$ si no 0 al vencimiento.

Barrera de Margrabe.

Las barreras de Margrabe son tocadas cuando :

$$\frac{S_1}{S_2} = H$$

4.11.5 Combinación de peso.

Existen varias solución para mezclar dos o mas subyacentes:

- Igual Pesos: es el caso normal con un subyacente equivalente de valor:

$$\sum_{i=1}^n S_i$$

- Desigual pesos: si queremos dar un peso mas importante a un subyacente:

$$\sum_{i=1}^n k_i S_i$$

- Worst of: Tomamos en cuenta solamente el peor de los diferentes subyacentes.
- Best of: Tomamos en cuenta solamente el mejor de los diferentes subyacentes.

Parte II

Estrategia y cobertura.

1 Estrategias de hedging.

Muchos de los participantes en mercados de futuros son hedgers, su objetivo es utilizar los futuros para reducir los riesgos. Los riesgos relativos a los precios de divisas, materias primas, precio de acciones, etc... Lo que se llama “perfect hedge” es cuando los riesgos están completamente eliminados. Sin embargo, los “perfect hedge” son pocos comunes y la mayoría de las coberturas deben acercarse lo máximo que sea posible.

1.1 Posiciones desnudas o cubiertas.

Una posición desnuda se refiere a vender una opción sobre un producto que no tiene la empresa. Esta estrategia funciona muy bien si por ejemplo vendemos un call a 100€ para comprar una acción a 1000€ en 2 meses. Si el precio está por debajo de 1000€, el comprador no va a utilizar la opción y ganamos el precio de la opción en totalidad (100€). No obstante, si el precio al final de los 2 meses es de 1200€, está por encima de 1000€ y la opción cuesta ahora 1200€ por el vendedor lo que es mucho más que el precio inicial de 100€.

Como alternativa, podemos utilizar una posición cubierta. Esta estrategia implica que cuando la empresa vende la opción, compra al mismo tiempo la acción. Si la cotización en bolsa aumenta, el comprador va a ejercitar la opción, la empresa vende la acción al precio que le ha costado y gana el precio de venta de la acción (100€). Pero si el precio disminuye hasta 700€, la empresa pierde la diferencia ($1000 - 700 = 300$ €) lo que es mucho más que el precio de venta de la acción (100€).

Podemos concluir que ni una posición desnuda ni una posición cubierta pueden asegurar un buen hedge.

1.2 Stop loss.

Una solución más interesante se llama una estrategia “stop loss”. Su objetivo es de detener una posición desnuda cuando el precio está por debajo del precio inicial y una posición cubierta cuando el precio está por encima. En la práctica, si vendemos un call para una acción telefónica a 50€ en 6 meses, tendremos que

comprar una acción si el precio sobrepasa 50€ y venderla si el precio esta por debajo de este valor. Esta estrategia produce los mismos payoff que la opción. Por ejemplo, si la cotización sigue la figura 7 y al principio tenemos una acción. La estrategia implica vender en : ❶, ❸, ❺, ❷, ❹ y comprar en ❷, ❹, ❻, ❸.

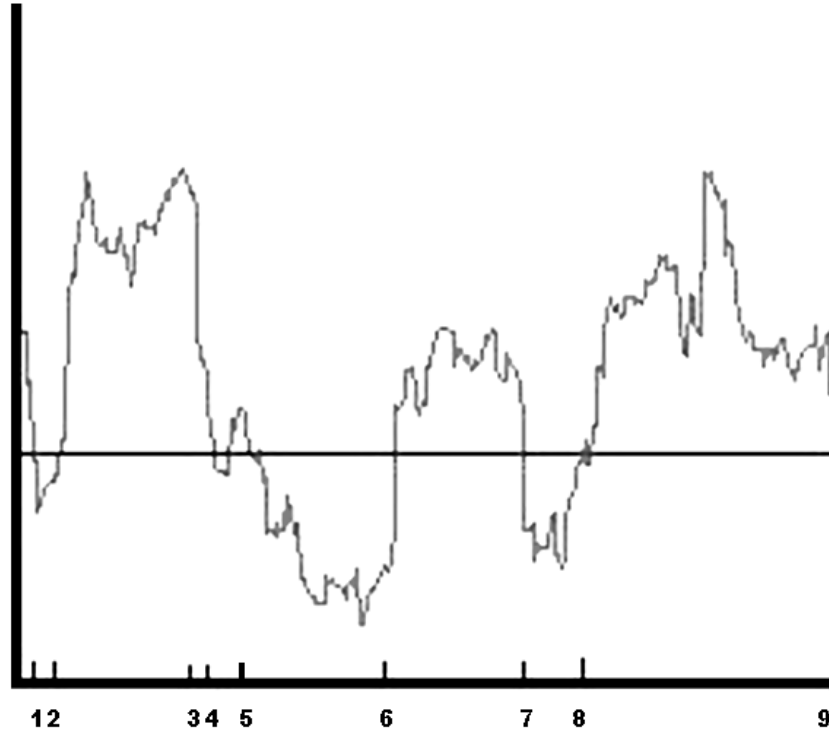


Figura 13: Ejemplo de camino

El número de compras y ventas puede ser muy elevado pero en un mercado perfecto, esta estrategia permite vender opciones sin riesgo y ganar dinero en todas las situaciones.

Sin embargo, el mercado no es perfecto y tenemos que tomar en cuenta que los costes de transacción no son gratis y cada vez que la empresa compra o venda la acción, debe pagar las transacciones. Además, no se puede saber, cuando el precio al nivel de referencia va a subir o bajar. Entonces, es imposible comprar y vender exactamente al mismo precio y desarrollar esta estrategia perfectamente.

En la práctica, si llamamos el precio de referencia K , se suele comprar a $K + \epsilon$ y se suele vender a $K - \epsilon$ con ϵ pequeño para asegurarnos de no comprar y

vender muchas veces durante un periodo corto. Además, la permanencia de esta estrategia dependen del número de transacciones efectuadas durante la vida de la opción entonces intentaremos proponer opciones con una duración corta para limitar los costes de transacción.

1.3 Delta hedging.

La delta esta definida como la relación de los cambios del precio de la opción respecto al precio del subyacente. Para un call, con c representando el precio de este call y S el precio del subyacente :

$$\Delta = \frac{\partial c}{\partial S}$$

Ejemplo:

Imaginamos que la delta de una opción call opción es 0.6. Si el precio de una acción es 100€ y la opción cuesta 10€. El inversor ha vendido 20 opciones call para comprar 2000 acciones. El inversor puede cubrirse comprando $0.6 \times 2000 = 1200$ acciones. Los beneficios de las acciones tienden a compensar las pérdidas de las opciones o viceversa. Por ejemplo, si el precio de la acción aumenta de un 1€ (el beneficio de las acciones es 1200€), el precio de las opciones aumentan de $0.6 \times 1€ = 0.60€$ (las pérdidas de las opciones es $0.60 \times 2000 = 1200€$). En otro caso, si el precio de la acción disminuye de 1€, el beneficio de las opciones aumenta (beneficio de 1200€) y el precio de las acciones baja (pérdidas de 1200€).

En este ejemplo, la delta de la posición en opción para el inversor es : $0,6 \times (-2000) = -1200$.

Esto significa que el inversor va a perder $1200\Delta S$ cuando el precio del subyacente aumente de ΔS . La delta de las acciones es 1.0, entonces las 1200 acciones tienen una delta de +1200. La delta de las acciones equilibran la delta de las posiciones en opción, esto se llama “ser delta neutral”.

Pero, se debe tener en cuenta que la delta cambia todo el tiempo y una posición está “hedged” solamente para una periodo de tiempo muy corto. El hedging se debe hacer periódicamente. Por ejemplo, si la delta es 0.65, tenemos que comprar ahora $0.05 \times 2000 = 100$ acciones para mantener la cobertura.

Para las opciones europeanas la delta es :

$$\Delta(call) = N(d1)$$

$$\Delta(put) = N(d1) - 1$$

$$\text{con } d1 = \frac{\ln(S_0/X) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

Para un portfolio, la delta es la suma de todos las deltas :

$$\Delta = \sum_{i=1}^n w_i \Delta_i.$$

Imaginamos un portfolio con las siguientes posiciones :

1. Una posición larga en 100.000 call opciones con precio referencia 55€ y un vencimiento en 3 meses. La delta de cada opción es 0,533.
2. Una posición corta en 200.000 call opciones con precio referencia 56€ y un vencimiento en 5 meses. La delta de cada opción es 0,468.
3. Una posición corta en 50.000 put opciones con precio referencia 56€ y un vencimiento en 2 meses. La delta de cada opción es 0,508.

La delta total es :

$$\Delta = 100,000 \times 0,533 - 200,000 \times 0,468 - 50,000 \times (-0,508) = -14,900$$

Entonces para obtener una posición delta neutral tenemos que comprar 14.900 acciones.

1.4 Un ejemplo básico de estrategia.

Cuando un inversor o empresa elige utilizar los mercados futuros o de opciones, el objetivo es normalmente tomar posiciones que neutralicen los riesgos. Consideramos una empresa que sabe que va a ganar €10.000 por cada porcentaje que aumenta el precio de una materia prima y perder €10.000 cada

porcentaje que baja. Para protegerse, la empresa debe tomar una posición inversa que conduce a perder €10.000 cuando el subyacente sube de 1 por ciento y ganar €10.000 cuando baja de una unidad de porcentaje. Al final, si el subyacente sube la pérdidas de la segunda posición están compensadas por la primera posición y viceversa.

2 Estrategias de trading.

2.1 Una acción y una opción.

Hay diferentes estrategias especulativas que incluyen una sola opción sobre acciones :

Posición larga en una acción y posición corta en una opción de compra (short-call). En esta situación, la acción protege al inversor de la subida brusca de la misma :

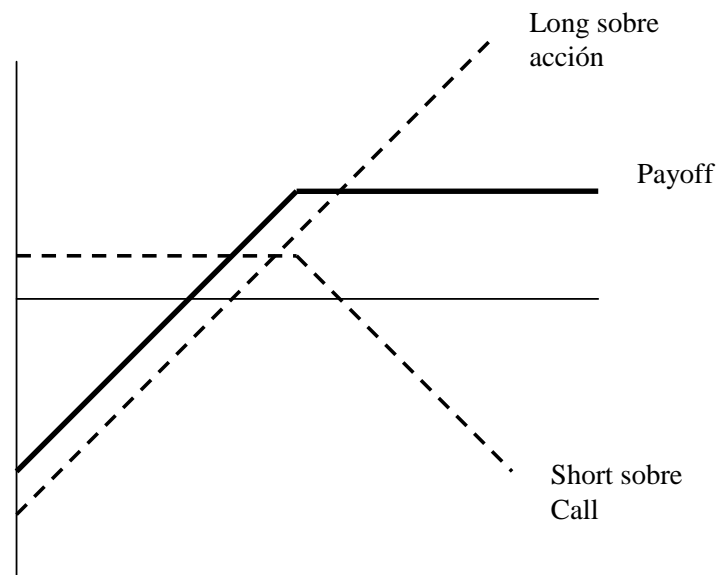


Figura 14: Payoff 1

Y la posición inversa sería la de tomar una posición corta en la acción y comprar una opción call (long-call) :

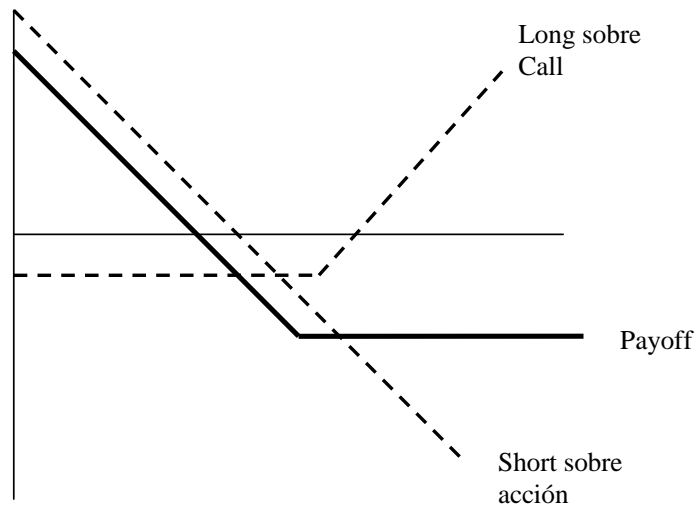


Figura 15: Payoff 2

Además existen también los estrategias con Put opción.

2.2 Las spreads.

Una estrategia especulativa spread consiste en tomar una posición en dos o mas opciones del mismo tipo.

Diferencial alcista (bull spread).

Se crea un “bull spread” con una opción de compra de una acción con cierto precio de ejercicio y vendiendo otra opción con un precio de ejercicio superior. Ambas opciones tienen la misma fecha de vencimiento.

Diferencia bajista (bear spread).

El inversor que compra un contrato en un diferencial alcista espera que el precio de las acciones suba. Por el contrario un inversor que espera que el precio va a bajar puede firmar un contrato bajista que es el contrario. Se compra la opción de venta con un precio menor que la opción de posición larga.

Otras combinaciones.

Se puede combinar de todas las formas opciones para conseguir un payoff lo más favorable para nuestra expectativas.

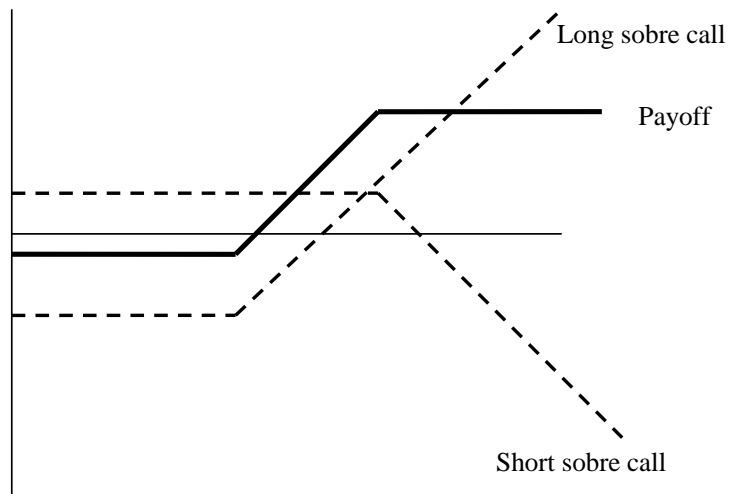


Figura 16: Payoff de un bull spread

Aquí están representadas diferentes formas de payoff :

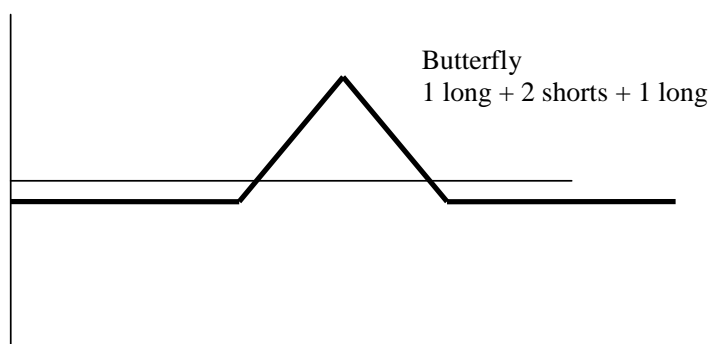


Figura 17: Payoff de un butterfly

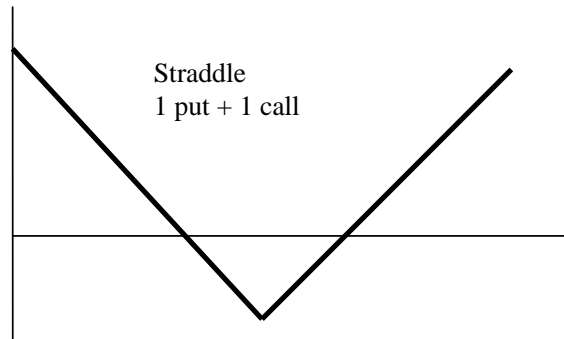


Figura 18: Payoff de un straddle

2.3 Influencia del precio de los productos.

Como lo hemos presentando, existe una infinidad de tipos de opciones pero lo que va a determinar su presencia sobre el mercado es la expectativas de beneficios que puede generar cada producto. Este beneficio depende por mayor parte del mercado y del comportamiento del subyacente que no se puede prever pero también del precio que debe tomar en cuenta las incertidumbres y las variaciones de los subyacentes. El beneficio sera la diferencia entre en dinero que genera la opción y su coste inicial. Entonces, una clave en la venta y la compra de estos tipos de productos es el precio. Cada actor del mercado puede vender un producto con las mismas características y el cliente comprara el mas barato.

Del punto de vista del vendedor (el nuestro), se tiene que ofrecer al cliente el mejor precio y también asegurar un beneficio en esta venta. Esta problemática es lo que va a animar nuestro proyecto para saber como se puede buscar un balance entre cubrirse frente a los riesgos del mercado y bajar los precios para combatir contra la competencia de los otros actores del mercado.

Parte III

Conceptos matemáticos.

1 Determinación del precio Forward.

1.1 Ejemplo.

Imaginamos una opción para comprar una acción en 6 meses. El precio actual de la acción es 100€ y el interés a 6 meses es 10 % cada año. El precio forward es 107€. Un arbitrajista pide prestado al banco 100€ con intereses de 10 % al año. Después el arbitrajista compra una acción, y vende un contrato forward para vender una acción en 6 meses. Al final de los 6 meses, el arbitrajista da su acción y recibe 107€. La suma que necesita el trader para pagar el préstamo es:

$$100e^{0,1 \times 6/12} = 105,13\text{€}$$

El beneficio de esta operación es : 107€-105.13€=1.87€.

Ahora imaginamos que el precio forward es 98€. El arbitrajista puede vender una acción, invertir su 98€ en el banco con la tasa de 10 % cada año 6 meses y comprar un contrato forward de 6 meses. Al final, el dinero en el banco corresponde a :

$$100e^{0,1 \times 6/12} = 105,13\text{€}$$

Entonces, el beneficio es : 105.13€ - 98€ = 10.13€.

Las dos estrategias permiten de ganar dinero con el arbitraje.

1.2 ¿ Como evitar arbitrajes ?

¿ Ahora vamos a preguntarnos, en que circunstancias las oportunidades de arbitraje como las previas no existen ?

El primer arbitraje funciona cuando el precio del contrato forward es superior

a 105.13.

El segundo arbitraje funciona cuando el precio del contrato forward es inferior a 105.13.

Podemos concluir que el precio del contrato forward debe ser exactamente igual a 105.13.

1.3 Generalización

Para generalizar este ejemplo, consideramos una acción con un precio S_0 que no paga dividendos . Nuestras notaciones serán:

T : el tiempo hasta madurez

r : la tasa de intereses

F_0 : el precio forward.

La ecuación que vincula F_0 y S_0 es :

$$F_0 = S_0 e^{rT}.$$

Además, si la acción provee beneficios durante el año. Llamamos a la media de los dividendos pagados por año.

La fórmula se generaliza en :

$$F_0 = S_0 e^{(r-q)T}$$

2 El proceso de Wiener y el lema de ITO.

2.1 El proceso de Wiener.

El proceso de Wiener es un tipo peculiar de “Markov stocastic”. Este modelo es utilizado para describir los movimientos de las partículas en física y se refiere alguna vez a los movimientos Brownian.

Un variable z sigue un proceso de Wiener solamente si cumple dos propiedades:

El cambio Δz durante el periodo de tiempo Δt es :

$$\Delta z = \epsilon \sqrt{\Delta t}$$

Con ϵ que es una distribución normal de $N(\mu, \sigma)$ de media $\mu = 0$ y de varianza $\sigma = 1$.

Los valores de Δz para cada intervalo de tiempo Δt son independientes.

Eso implica que : media de $\Delta z = 0$

desviación estándar $\Delta z = \sqrt{\Delta t}$

Varianza de $\Delta z = \Delta t$

2.2 El proceso de Wiener generalizado

El proceso de Wiener generalizado para una variable x puede ser definido como:

$$dx = a dt + b dz$$

Entonces en un intervalo pequeño de tiempo Δt , el cambio Δx se escribe :

$$\Delta x = a \Delta t + b \Delta z$$

$$\Delta x = a \Delta t + b \epsilon \Delta t$$

con la media de $\Delta x = a\Delta t$
 desviación estándar $\Delta x = b\sqrt{\Delta t}$
 Varianza de $\Delta z = b^2\Delta t$

2.3 Precio de una acción

Con una volatilidad de 0, el precio es :

$$S_T = S_0 e^{\mu t} \text{ o } \Delta S = \mu S \Delta t$$

Pero en realidad, la volatilidad es el porcentaje de retorno durante un periodo de tiempo Δt .

Eso sugiere que la desviación estándar del cambio durante Δt debe ser proporcional al precio :

$$\Delta S = \mu S \Delta t + \sigma S \epsilon \sqrt{\Delta t} \text{ o } \Delta S = \mu S \Delta t + \sigma S \Delta z$$

2.4 El lema de ITO

Si $G(x)$ es una función C^n (continua y derivable n veces).

Su desarrollo en serie de Taylor es:

$$G(x) = G(a) + \frac{1}{1!} \frac{dG}{dx}(x-a)^1 + \frac{1}{2!} \frac{d^2G}{dx^2}(x-a)^2 + \frac{1}{3!} \frac{d^3G}{dx^3}(x-a)^3 + \dots$$

Se puede simplificar en :

$$\Delta G = \frac{1}{1!} \frac{\partial G}{\partial x}(\Delta x)^1 + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 G}{\partial^2 x}(\Delta x)^2 + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 G}{\partial^3 x}(\Delta x)^3 + \dots$$

Ahora tomamos una función $G(x,t)$ C^n (continua y derivable n veces)

$$\Delta G = \frac{1}{1!} \frac{\partial G}{\partial x}(\Delta x)^1 + \frac{1}{1!} \frac{\partial G}{\partial t}(\Delta t)^1 + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 G}{\partial^2 x}(\Delta x)^2 + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 G}{\partial^2 t}(\Delta t)^2 + \frac{\partial^2 G}{\partial x \partial t}(\Delta x \Delta t) + \dots$$

y con los Δ que tienden a 0:

$$dG = \frac{1}{1!} \frac{\partial G}{\partial x} (dx)^1 + \frac{1}{1!} \frac{\partial G}{\partial t} (dt)^1 + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 G}{\partial^2 x} (dx)^2 + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 G}{\partial^2 t} (\Delta dt)^2 + \frac{\partial^2 G}{\partial x \partial t} (dx dt) + \dots$$

Para acercarnos a nuestra función, ahora vamos a hacer el desarrollo en serie de Taylor de una función :

$$\Delta x = a\Delta t + b\epsilon\sqrt{\Delta t}$$

Además vamos a ignorar las expresiones de segundo orden en Δx^2 :

$$\Delta x^2 = (a\Delta t + b\epsilon\sqrt{\Delta t})^2$$

$$\Delta x^2 = a^2\Delta t^2 + b^2\epsilon^2\Delta t + 2ab\epsilon\Delta t^{\frac{3}{2}}$$

$$\Delta x^2 = b^2\epsilon^2\Delta t + \text{Trminos de rango superior en } \Delta t$$

Es la prueba de que los términos en Δx^2 no se tienen que tener en cuenta.

Además, la varianza de una distribución normal es 1.

Es decir que si llamamos la función E como la función que da la esperanza

$$E(\epsilon^2) - [E(\epsilon)]^2 = 1$$

Y como $E(\epsilon) = 0$ significa que $E(\epsilon^2) = 1$

Entonces cuando Δt y Δx tienden a cero, podemos escribir :

$$dx^2 = b^2 dt$$

Para obtener la fórmula :

$$dG = \frac{1}{1!} \frac{\partial G}{\partial x} (dx)^1 + \frac{1}{1!} \frac{\partial G}{\partial t} (dt)^1 + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 G}{\partial^2 x} (dx)^2 + \mathcal{O}(dt)$$

$$dG = \frac{1}{1!} \frac{\partial G}{\partial x} (dx)^1 + \frac{1}{1!} \frac{\partial G}{\partial t} (dt)^1 + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 G}{\partial^2 x} b^2 dt + \mathcal{O}(dt)$$

Y sustituir con la fórmula :

$$dG = \frac{1}{1!} \frac{\partial G}{\partial x} (adt + bdz)^1 + \frac{1}{1!} \frac{\partial G}{\partial t} (dt)^1 + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 G}{\partial^2 x} b^2 dt + \mathcal{O}(dt)$$

Y de manera simplificada :

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial x} a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial^2 x} b^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial x} b dz$$

3 El modelo Black-Scholes.

3.1 Hipótesis Black-Scholes.

El modelo de F. Black y de M. Scholes es uno de los modelos más utilizados en finanzas sin embargo las hipótesis son frecuentemente olvidadas. Las hipótesis utilizadas son :

- Tipo de interés sin riesgo constante.
- Ausencia de oportunidad de arbitraje.
- Acciones divisibles de manera perfecta.
- Transacciones instantáneas y sin costes en un mercado perfecto.
- Opciones europeas.
- El subyacente sigue un movimiento browniano geométrico.
- No se reparten dividendos.
- Volatilidad constante.

3.2 Ecuación Black-Scholes

El portfolio :

$$\Pi = V(S, t) - \Delta S$$

Π : es el valor de un portfolio

$V(S, t)$: posición larga (compra)

ΔS : posición corta de cantidad delta (venta)

$$dS = \mu S dt + \sigma S dX$$

$$d\Pi = dV - \Delta dS$$

Con el lema de ITO, viene que :

$$dV = \frac{\partial V}{\partial t} dt + \frac{\partial V}{\partial S} dS + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} dt$$

Entonces el portfolio cambia de :

$$d\Pi = \frac{\partial V}{\partial t} dt + \frac{\partial V}{\partial S} dS + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} dt - \Delta dS$$

3.2.1 Delta Hedging

El delta hedging consiste en la eliminación del riesgo.

Los términos deterministas son los en dt y los aleatorios en dS .

Los términos aleatorios representan el riesgo del portfolio. Para reducir el riesgo o eliminarle tenemos que elegir cuidadosamente una Δ .

Los términos aleatorios están en la fórmula anterior : $\frac{\partial V}{\partial S} dS - \Delta dS$ con factorización : $\left(\frac{\partial V}{\partial S} - \Delta\right) dS$

Entonces, si ponemos $\Delta = \frac{\partial V}{\partial S}$. El componente aleatorio del portfolio está eliminado.

Este método se llama el delta hedging.

Entonces, el valor del portfolio es :

$$d\Pi = \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} \right) dt$$

Finalmente, si tenemos un portfolio sin riesgos , su crecimiento tiene que ser el mismo que si ponemos el mismo dinero en el banco con una tasa de interés:

$$d\Pi = r\Pi dt$$

3.2.2 Fórmula Black-Scholes

Sustituimos las ecuaciones :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} \right) dt = r \Pi dt$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} \right) dt = r \left(V - S \frac{\partial V}{\partial S} \right) dt$$

Simplificado :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + r S \frac{\partial V}{\partial S} - r V = 0$$

Las hipótesis de la fórmula de Black-Scholes son :

1. El subyacente sigue un camino lognormal (en logaritmo) aleatorio.
2. La tasa de interés es una función conocida del tiempo
3. No hay dividiendo para el subyacente
4. El delta hedging está hecho continuamente
5. No hay coste de transacción para el subyacente
6. No hay oportunidad de arbitraje

3.2.3 Derivación de la fórmula Black-Scholes.

Utilizamos la fórmula y ponemos la condición de que hay una única solución :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 U}{\partial S^2} + r S \frac{\partial U}{\partial S}$$

Además $\tau = T - t$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 U}{\partial S^2} + r S \frac{\partial U}{\partial S}$$

Si hacemos un cambio de variable en :

$$\xi = \log S \text{ o } e^\xi = S$$

$$d\xi = \frac{dS}{S} = e^{-\xi} dS$$

Entonces :

$$dS = \frac{d\xi}{e^{-\xi}} = e^{\xi} d\xi$$

$$d^2 S = \frac{d^2 \xi - d\xi}{e^{-2\xi}} = e^{2\xi} d^2 \xi - e^{2\xi} d\xi$$

Al final la ecuación es :

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = \frac{1}{2} \sigma^2 (e^{\xi})^2 \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} - \frac{1}{2} \sigma^2 (e^{\xi})^2 \frac{\partial U}{\partial \xi} + r (e^{\xi}) \frac{\partial U}{\partial \xi}$$

Simplificando :

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = \frac{1}{2} \sigma^2 \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} - \frac{1}{2} \sigma^2 \frac{\partial^2 U}{\partial \xi} + r \frac{\partial U}{\partial \xi}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = \frac{1}{2} \sigma^2 \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + \left(r - \frac{1}{2} \sigma^2\right) \frac{\partial U}{\partial \xi}$$

3.3 Call

S = Precio de la acción.

X = Precio de activación.

r = tasa de interés.

T = tiempo hasta expiración.

σ = Volatilidad.

N(x) = Distribución normal .

$$Payoff(S) = \max(S - E, 0)$$

$$S_1 = S_0 e^{-rT} . e^{\left(b - \frac{\sigma^2}{2}\right)T + \sigma \sqrt{T} N(0,1)}$$

$$european\ call_{price} = SN(d1) - X e^{-rT} N(d2)$$

Con $d1 = \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$ y $d2 = d1 - \sigma\sqrt{T} = \frac{\ln(S/X) - (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$
extendida

$$european\ call_{price} = Se^{-qT}N(d1) - Xe^{-rT}N(d2)$$

Con $d1 = \frac{\ln(S/X) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$ y $d2 = d1 - \sigma\sqrt{T} = \frac{\ln(S/X) - (r - q - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$
y como sabemos que :

$$\Delta = \frac{\partial V}{\partial S}$$

$$european\ call_{\Delta} = e^{-qT}N(d1)$$

Ejemplo

Parametro	Valor
S (precio del subyacente)	120
X(precio de activación)	100
r(tasa de interés)	10 %
T(tiempo)	0.5
σ (volatilidad)	40 %

Entonces, el Forward Price = 126.1525. Y el precio de la opción es : 28,3540.
Para memoria, el payoff de un Long call es :

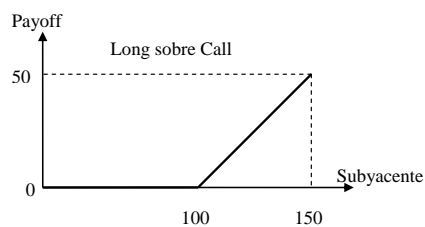


Figura 19: Long sobre call

Si hacemos una simulación de la evolución del precio de la opción en el tiempo para este Call :

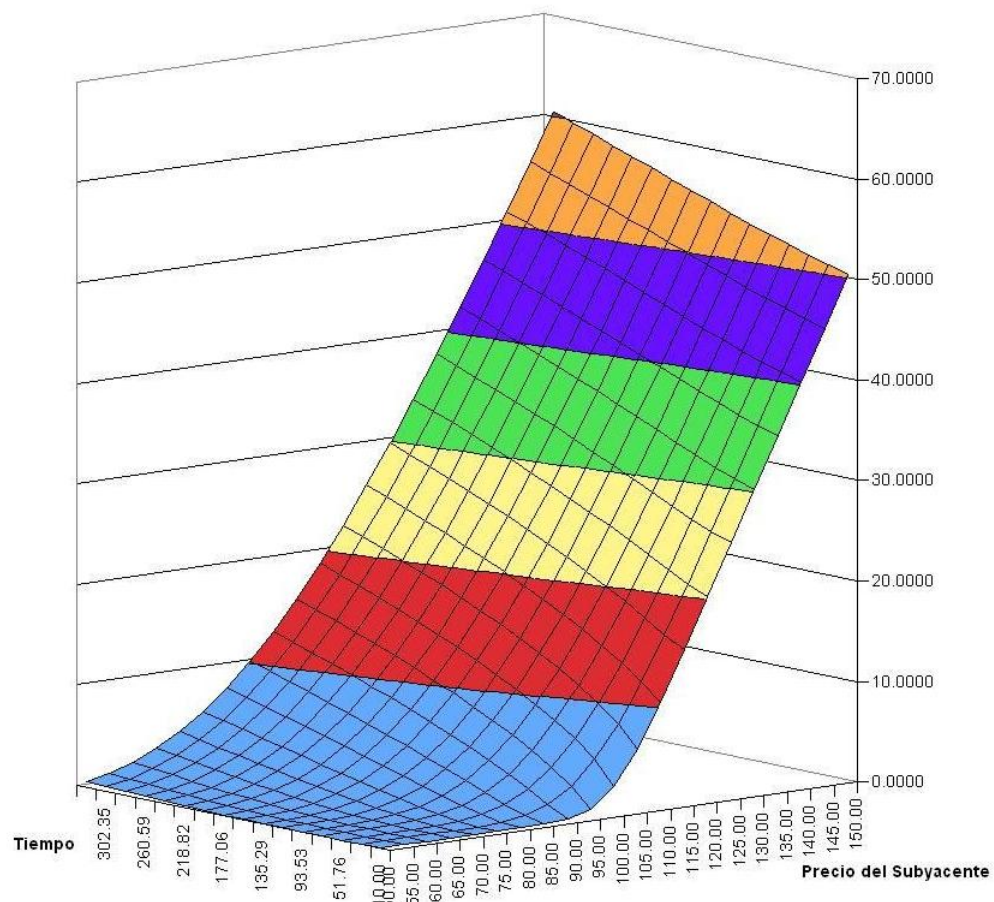


Figura 20: Evolución de una opción Call

3.4 Put

$$european\ put_{price} = Xe^{-rT}N(-d2) - Se^{-qT}N(-d1)$$

Con $d1 = \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$ y $d2 = d1 - \sigma\sqrt{T} = \frac{\ln(S/X) - (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$
Y el delta de un put es :

$$\begin{aligned} european\ put_{\Delta} &= -e^{-qT}N(-d1) \\ &= e^{-qT}[N(d1) - 1] \end{aligned}$$

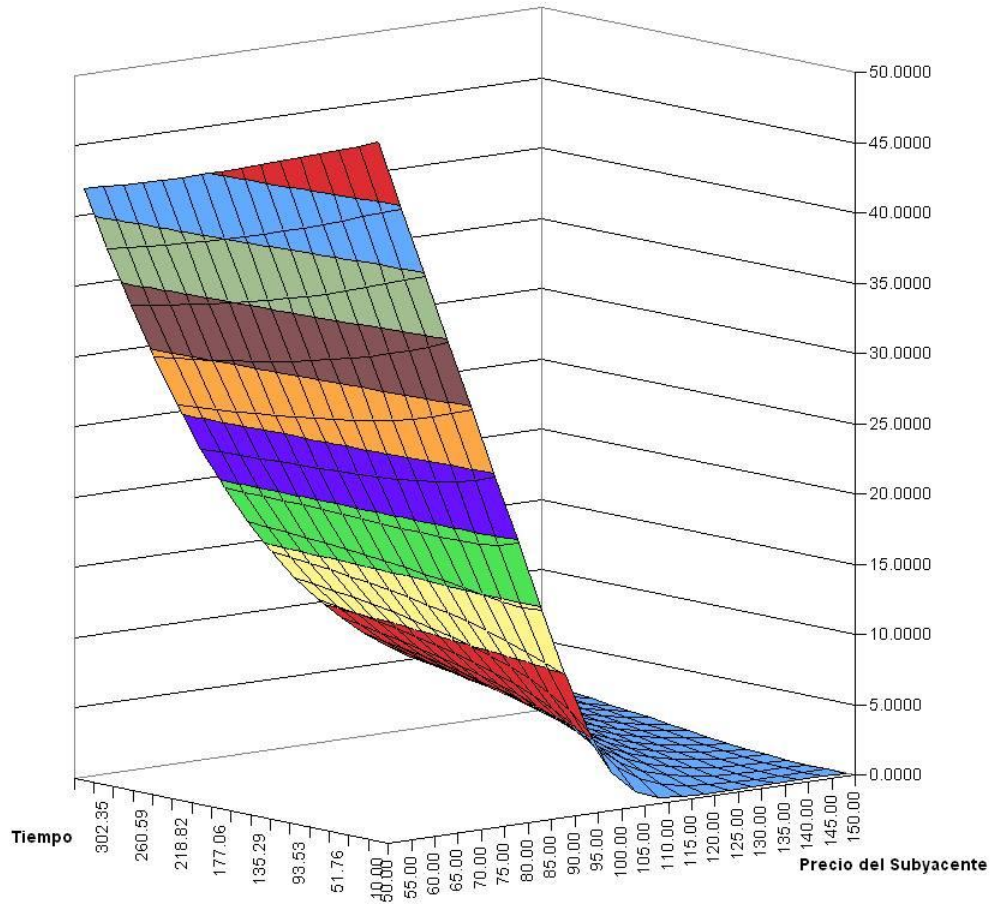


Figura 21: Evolución de una opción Put

3.5 Paridad Put-Call

Además, sabemos que nuestro modelo debe suprimir todas las posibilidades de arbitraje. Entonces, existe una relación entre el precio del call y el del put :

$$european\ call_{price} = european\ put_{price} + Se^{-qT} - Xe^{-rT}$$

3.6 Digital Call

Para una digital Call, la fórmula del precio es :

$$european\ binary\ call_{price} = e^{-rT} N(d_2)$$

3.7 Digital Put.

Para una digital Put, la fórmula del precio es :

$$european\ binary\ put_{price} = e^{-rT} [1 - N(d_2)]$$

4 Elementos finitos (PDE).

4.1 Los elementos finitos.

La ecuación que la opción debe satisfacer es :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + bS \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = rf$$

Ahora vamos a cortar en intervalos de tamaño :

$$\Delta t = \frac{T}{N}$$

Podemos hacer la aproximación siguiente :

$$\frac{\partial f}{\partial S} = \frac{f_{i,j+1} - f_{i,j}}{\Delta S}$$

y también se puede escribir :

$$\frac{\partial f}{\partial S} = \frac{f_{i,j} - f_{i,j-1}}{\Delta S}$$

Y hacemos la suma :

$$2 \frac{\partial f}{\partial S} = \frac{f_{i,j+1} - f_{i,j-1}}{\Delta S}$$

Si continuamos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} &= \frac{\left(\frac{f_{i,j+1} - f_{i,j}}{\Delta S} - \frac{f_{i,j} - f_{i,j-1}}{\Delta S} \right)}{\Delta S} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} &= \frac{(f_{i,j+1} + f_{i,j-1} - 2f_{i,j})}{\Delta S^2} \end{aligned}$$

Si sustituimos las expresiones en la ecuación inicial :

$$\frac{f_{i,j+1} - f_{i,j}}{\Delta S} + b\Delta S \frac{f_{i,j+1} - f_{i,j-1}}{2\Delta S} + \frac{1}{2} \sigma^2 \Delta S^2 \frac{(f_{i,j+1} + f_{i,j-1} - 2f_{i,j})}{\Delta S^2} = rf_{i,j}$$

Y si ordenamos :

$$\frac{1}{1+r\Delta t} (Af_{i,j-1} + Bf_{i,j} + Cf_{i,j+1}) = f_{i+1,j}$$

Con :

$$A = \frac{1}{2} (\sigma^2 j^2 + bj) \Delta t$$

$$B = 1 - \sigma^2 j^2 \Delta t$$

$$C = \frac{1}{2} (\sigma j^2 - bj) \Delta t$$

Y se puede representar en una matriz :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A(0) & B(1) & C(2) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A(1) & B(2) & C(3) & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & A(3) & B(4) & C(5) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A(4) & B(5) & C(6) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{i,j} \\ f_{i,j+1} \\ f_{i,j+2} \\ \dots \\ f_{i,j+4} \\ f_{i,j+5} \\ f_{i,j+6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{i+1,j} \\ f_{i+1,j+1} \\ f_{i+1,j+2} \\ \dots \\ f_{i+1,j+4} \\ f_{i+1,j+5} \\ f_{i+1,j+6} \end{bmatrix}$$

5 El método de Monte Carlo

5.1 Descripción del método

El método de Monte Carlo es un método numérico de simulación que se utiliza en muchas simulaciones cuando no existe una solución en forma cerrada. Este método fue introducido por primera vez en la fijación de precios para evaluar los precios de las opciones europeas y también las americanas. Este modelo se puede utilizar con una gama muy amplia de modelo estocástico o no.

El proceso que sigue este método es :

$$S + dS = S \exp \left[\left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) dt + \sigma dz \right]$$

dz representa el proceso de Wiener con desviación estandarizada de 1 y media de 0.

Sin embargo, para aplicar esta fórmula, tenemos que discretizarla, como en la parte anterior, en :

$$S + \Delta S = S \exp \left[\left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) \Delta t + \sigma \epsilon \sqrt{\Delta t} \right].$$

Típicamente, se utiliza un mínimo de 10 000 simulaciones para alcanzar una precisión aceptable. Sin embargo, la velocidad de convergencia es en $\frac{1}{\sqrt{n}}$ entonces para doblar la precisión, tenemos que cuadruplicar el número de simulaciones.

5.2 Call/Put estandariza con Montecarlo

Para calcular el valor de un opción estandariza, he creado este código en VBA(Visual Basic) :

```
Function MontecarloStandard(OptionType As String, _  
    S As Double, X As Double, r As Double, _  
    v As Double, T As Double, b As Double, _  
    nSimulations As Long) As Double  
|  
    Dim i As Long, j As Long  
    Dim n As Long, Counter As Long  
    Dim z As Integer  
    Dim dt As Double, St As Double, Sum As Double  
    Dim drift As Double, vSqrt As Double  
  
    If OptionType = "Call" Then z = 1 Else If OptionType = "Put" Then z = -1 Else z = 0  
  
    drift = (b - v * v / 2) * T  
    vSqrt = v * Sqr(T)  
    Sum = 0  
  
    For j = 1 To nSimulations  
        St = S * Exp(drift + vSqrt * Application.NormInv(Rnd(), 0, 1))  
        Sum = Sum + WorksheetFunction.Max(z * (St - X), 0)  
    Next  
  
    MontecarloStandard = Exp(-r * T) * Sum / nSimulations  
  
End Function
```

Figura 22: Código en Visual Basic

Este código, funciona de esta manera :

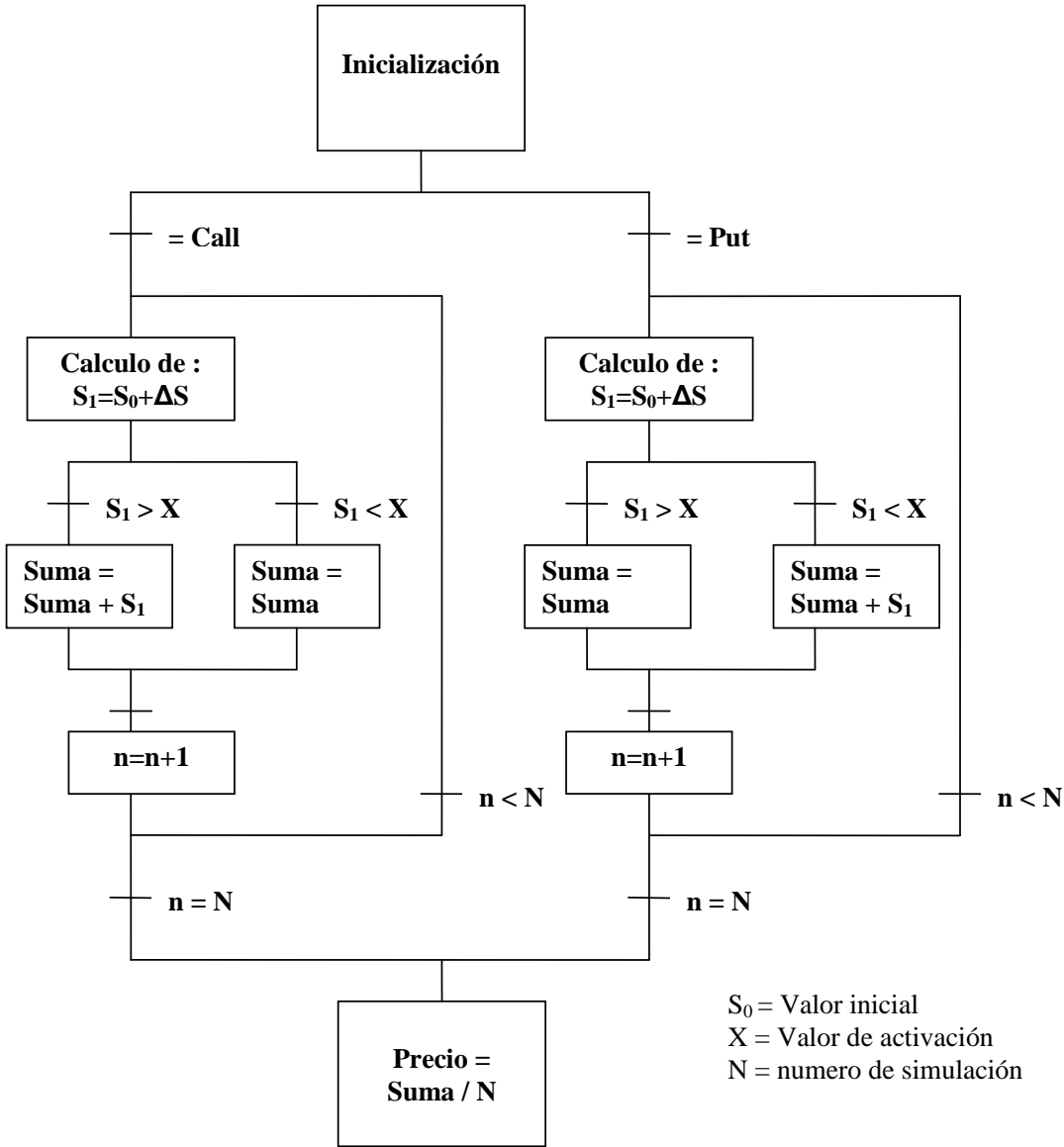


Figura 23: Grafcet para el método de MonteCarlo

También he creado un código de cálculo para los productos siguientes que se puede encontrar en anexos :

- Digital Call/Put
- Barrera Call/Put
- Cupón condicional

Y con estos códigos, se puede efectuar combinaciones que permiten fijar el precio de muchos productos. Por ejemplo, lo podemos utilizar para calcular los diferentes elementos de un autocallable :

MY PRICER	Coupon 1	Coupon 2	Coupon 3	Call 1	Call2	Option1	Redemption	REQUEST	Request 1.5
OptionType	Call	Call	Call	Call	Call	Put	-	RESULTS	Results.1.5
Spot / stock	100%	100%	100%	100%	100%	100%	-	Price	66.36%
Strike	100%	100%	100%	100%	100%	0%	-	StdError	0.23%
H (barrier	70%	70%	70%	100%	100%	0%	-	OK	Yes
r	0.006	0.014	0.017	0.006	0.014	0.017	-	ErrorMsg	
volatility	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	-	CalcTime	31
T_start	1	2	3	1	2	3	-		
T_end	1	2	3	1	2	3	-		
b (repo)	0.0002	-0.001	-0.002	0.0002	-0.0014	-0.0020	-		
n simul 1	40,000	40,000	40,000	40,000	40,000	40,000			
n simul 2						20			
Forward price	99.37%	97.32%	94.93%	99.37%	97.32%	94.93%	94.93%		
Price	5.00%	5.00%	5.00%	100.00%	100.00%		0.00%		
Absolut Prob	91.90%	59.20%	35.23%	45.41%	26.76%	0.00%	100.00%		
Prob	91.90%	32.32%	14.09%	45.41%	14.61%	0.00%	39.98%		
Result	4.57%	1.57%	0.67%	45.12%	14.22%	0.00%	0.00%	66.15%	0.21%

Figura 24: Combinación para calcular el precio de un Autocallable

5.3 Comparación de los métodos

5.3.1 Protocolo

En esta parte, se trata de medir la diferencia entre los resultados de dos métodos. Para realizar la comparación de los modelos, utilizaremos un serie de cálculo para ver si los modelos son coherentes y al final mediremos el error.

- **Paso 1** Comparar los resultados para un Call simple :

Parametro	Valor
S (precio del subyacente)	120
X(precio de activación)	100
r(tasa de interés)	10 %
T(tiempo)	0.5
σ (volatilidad)	40 %

- **Paso 2** Comparar los resultados para varios productos y analizar los resultados para ver si las errores se suman o se compensan.

Verificamos si los dos formulas realizan la condición de paridad :

$$european\ call_{price} = european\ put_{price} + Se^{-qT} - Xe^{-rT}$$

Si se verifica, entonces los dos modelos son coherentes y las errores se compensan entre ellos.

- **Paso 3** Comparar los resultados para valores límites.

Calculamos los precios con las valores siguientes :

Parametro	Valor
S (precio del subyacente)	100
X(precio de activación)	0 o 10000
r(tasa de interés)	1000 %
T(tiempo)	0.01 o 10
σ (volatilidad)	0 o 200 %

- **Paso 4** El ultimo paso trata de medir el error y discutir sobre si es aceptable.

5.3.2 Black-Scholes vs MonteCarlo Analítico para un Call.

En esta parte, comparamos la fórmula de Black-Scholes con el método de MonteCarlo Analítico para un Call.

- **Paso 1** : El error para este producto es 0.005 %.
- **Paso 2** : Los dos métodos verifican la paridad Call/Put y los errores se compensan.
- **Paso 3** : Los dos modelos son coherentes.
- **Paso 4** : El error en media (para 100 productos) es 0.024 % y es aceptable mientras que sobre algunos productos el error alcanza 0.50 %. (en anexos)

5.3.3 Black-Scholes vs PDE.

En esta parte, comparamos la fórmula de Black-Scholes con el método PDE para un Call.

- **Paso 1** : El error para este producto es 0.011 %.
- **Paso 2** : Los dos métodos verifican la paridad Call/Put y los errores se compensan.
- **Paso 3** : Los dos modelos son coherentes.
- **Paso 4** : El error en media (para 100 productos) es 0.035 % y es aceptable mientras que sobre algunos productos el error alcanza 0.57 %.(en anexos)

Parte IV

Aplicación a un producto exótico : El autocallable

1 Descripción general

1.1 Presentación

Un autocallable es un producto con “capital semi-protegido” que paga cupones condicionales hasta que la nota cancela. Por ejemplo, comprar un Autocallable : “8YNC3Y sobre Telefónica” significa comprar un producto cancelable que puede durar 8 años y que no puede cancelar durante los 3 primeros años. Mientras se satisfaga cierta condición, cada año pagará un cupón de $x\%$ ($3\% < x < 10\%$ en general) hasta que “queda en vida”. Además, hasta el vencimiento del producto, cada año en una fecha fijada, vamos a comparar el nivel del subyacente (Telefónica) con un cierto nivel predefinido. Si el nivel actual supera el nivel definido, la nota cancela ; si no, el producto sigue en vida hasta la próxima fecha de observación. A la cancelación del producto, el cliente recupera todo su inversión - es por eso que los productos de este tipos se llaman “ producto a capital semi-protegido”. En efecto, estos productos garantizan la restitución completa de la inversión inicial en la mayoría de los casos.

1.2 Contrato

Un contrato de este producto será de esta forma :

8yNC3Y EUR Autocallable linked to SX5E

Indicative Terms & Conditions
Proprietary & Confidential

NOT FOR DISTRIBUTION OR SALE IN THE UNITED STATES OR TO U.S. PERSONS
PLEASE CAREFULLY READ THE DISCLAIMER¹ AND RISK FACTORS BELOW
AN INVESTMENT IN THE NOTES PUTS YOUR CAPITAL AT RISK

General Terms

Issuer:	Abbey National Treasury Services plc
Guarantor:	Santander UK plc
Rating:	AA (S&P)/ Aa3 (Moody's)/ AA- (Fitch)² The Notes shall not be individually rated
Status:	Senior, unsecured
Nominal Amount:	EUR 1,000,000
Issue Price:	100.00%
Net Proceeds:	Issue Price x Nominal Amount
Specified Denomination (SD):	EUR 50,000 and integral multiples of EUR 1,000 in excess thereof up to and including EUR 99,000. No Notes in definitive form will be issued with a denomination exceeding EUR 99,000.
Identification Codes:	ISIN code Series no.

Timetable

Trade Date ³ :		[4] October 2010		
Issue Date:		[18] October 2010		
Relevant Dates :	N	Observation Date _n	Coupon Payment Date _n	Early Redemption Date _n
	1		[4] Oct 2011	N/A
	2		[4] Oct 2012	N/A
	3		[4] Oct 2013	[18] Oct 2013
	4		[4] Oct 2014	[18] Oct 2014
	5		[4] Oct 2015	[18] Oct 2015
	6		[4] Oct 2016	[18] Oct 2016
	7		[4] Oct 2017	[18] Oct 2017
Maturity Date:		[4] October 2018		
Final Payment Date :		[18] October 2018		

Payment mechanics

¹ All materials herein are for discussion purposes only and it is not intended to set forth the definitive terms of any transaction. The terms of the proposed transaction described herein are consequently subject to change without notice. This Term Sheet contains an indicative summary of, and is subject to, the fully legally binding terms and conditions of the Notes, which are set out more fully in the Final Terms dated on or around the issue date of the Notes and the Prospectus dated on 12 April 2011, as supplemented from time to time. A copy of the executed Final Terms, the Prospectus and any supplement will be made available upon request. This communication is furnished at the request of the recipient for the exclusive purpose of identifying the security or other instrument referred to herein. It is furnished for your private information with the express understanding, which the recipient acknowledges, that it does not constitute an offer to sell or solicitation to purchase any securities and neither Banco Santander, S.A. nor any of its affiliates are soliciting any action based on it. Certain transactions may give rise to substantial risks and are not suitable for all investors. You are advised to make an independent review and reach your own conclusions regarding the legal, tax and accounting treatment regarding the purchase of the securities set out herein as it relates to your asset, liability or other risk management objectives and risk tolerance. Nothing in this document constitutes investment, legal, tax or accounting advice. This transaction does not constitute the execution of an order on your behalf as defined by any legislation, regulation and/or rule implementing the Markets in Financial Instruments Directive (2004/39/EC) (MIFID). This document and its contents are proprietary information and are strictly private and confidential. Santander Global Banking & Markets is a brand name used by Abbey National Treasury Services plc. Registered Office: 2 Triton Square, Regent's Place, London, NW1 3AN. Reg. No. 2338548. Registered in England. Authorised and regulated by the Financial Services Authority (FSA Registration Number 146003) and a member of The London Stock Exchange. Santander and the flame logo are registered trademarks.

² The credit rating assigned by the relevant rating agencies reflects the Guarantor's strong capacity to pay its financial commitments as they fall due. The credit ratings are correct as at the Trade Date.

³ Following confirmation from the client to proceed on the Trade Date, the Dealer will hedge its position under the Notes in anticipation that the Notes will be subscribed on the Issue Date. If the trade is subsequently cancelled by the client prior to the Issue Date, any costs, which include, without limitation, costs of unwinding the respective hedge, shall be borne in full by the client.

STRUCTURED NOTES

Underlying:	Eurostoxx50 (Bloomberg: SX5E Index)		
Coupon:	<ul style="list-style-type: none"> A Coupon of 4.5% x Specified Denomination will be paid on the relevant Coupon Payment Date_n. 		
Early Redemption:	If on Observation Date _n the Official Closing Level of the Underlying is higher than or equal to Underlying_{HB} , then the Notes will be redeemed early on Early Redemption Date _n at 100.00% x Specified Denomination .		
Final Redemption Amount:	If the Notes have not redeemed early, then: <ul style="list-style-type: none"> If Underlying_{Min} is higher than or equal to Underlying_{LB}, then Final Redemption Amount = 100% x Specified Denomination Otherwise: Final Redemption Amount = (Underlying_{Final} / Underlying_{Initial}) x Specified Denomination 		
Underlying_{Initial}:	The Official Closing Level of the Underlying on Observation Date₀		
Underlying_{Final}:	The Official Closing Level of the Underlying on Observation Date ₈		
Underlying_{Min}:	The minimum of the Official Closing Levels of the Underlying between Issue Date and Observation Date₈ (both inclusive)		
Underlying_{HB}:	100% x Underlying_{Initial}		
Underlying_{LB}:	60% x Underlying_{Initial}		
Business Day Convention:	Payment:	Following	Observations: Following
Business Days:	Payment:	London & TARGET	Observations: Scheduled Trading Days
Additional Provisions			
Dealer:	Banco Santander S.A.		
Calculation Agent:	Abbey National Treasury Services plc or any duly appointed successor		
Listing:	London		
Settlement:	Euroclear 90281		
Form of Notes:	Bearer		
Delivery:	Against Payment		
Documentation:	To be documented under the Issuer's Structured Note Programme		
Governing Law:	English Law		
Selling Restrictions:	<p>United States: The Securities have not been and will not be registered under the United States Securities Act of 1933 (the "Securities Act") or any state securities law, and may not be offered or sold within the United States or to, or for the account or benefit of, any U.S. person, except pursuant to an exemption from, or in a transaction not subject to the registration requirements of the Securities Act. The Securities described herein will be offered and sold outside the United States in reliance on Regulation S of the Securities Act.</p> <p>European Union: No Prospectus (as defined in the EU Prospectus Directive) will be prepared in respect of the Notes. Accordingly, the Notes may not be offered to the public in any European Economic Area ("EEA") member state and any purchaser of the Notes who subsequently sells any of their Notes in any EEA member state must do so only in accordance with the requirements of the Prospectus Directive as implemented in that member state.</p> <p>The Notes shall not be offered or sold under circumstances that will constitute a public offering in any jurisdiction. Accordingly, this document and any other document or material in connection with the offer or sale, or invitation for subscription or purchase, of the Notes may not be circulated or distributed, nor may the Notes be offered or sold, or be made the subject of an invitation for subscription or purchase, whether directly or indirectly, to the public or any member of the public in any jurisdiction except in circumstances which will result in compliance with applicable laws and regulations.</p> <p>The purchaser or, if applicable, introducing broker of these securities acknowledges and agrees that it will be responsible for all laws and regulations governing the promotion of and the sale of the Notes to its own clients, including the suitability and appropriateness and information disclosure provisions arising under legislation, regulation and/or rules</p>		

STRUCTURED NOTES

implementing the Markets in Financial Instruments Directive (2004/39/EC) (MiFID), or as otherwise may apply in any non-EEA jurisdictions.

Secondary Market: Under normal market conditions, the Dealer will publish secondary market quotations on Reuters with a bid offer spread.

Quotes / Information

Infoline:

SWAP TERMS

Party A:	Abbey National Treasury Services plc (Global Syndicate)		
Party B:	Banco Santander (Equity Derivatives)		
Trade Date:	[4] October 2010		
Start Date:	[18] October 2010		
Termination Date:	[4] October 2018		
Notional Amount (NA):	EUR 1,000,000		
Party A:			
Payments by A:	3 months EUR-EURIBOR-Reuters +spread		
Payment Dates:	The 1 st day of September, December, March and June beginning on 01-September-11 up to Termination Date		
Day Count Fraction:	Act/360 adjusted		
Spread:	+ 4 bps		
Business Day Convention:	Payment:	Following	Reset: Following
Business Days:	Payment:	London & TARGET	Reset: TARGET
Party B:			
Upfront fee	EUR 1,900 (EUR 400 + EUR 1,500)		
Upfront fee Payment Date	Start Date		
Coupon:	A Coupon of 1.57% x Specified Denomination will be paid on the relevant Coupon Payment Date _n .		
Early Termination:	If on Observation Date _n the Official Closing Level of the Underlying is higher than or equal to Underlying _{HE} , then the Swap will be early terminated on relevant Coupon Payment Date _n .		
Additional Payment at Maturity:	If Underlying _{Min} is higher than or equal to Underlying _{LB} , then Party A will pay to Party B : $(1 - \text{Underlying}_{\text{final}} / \text{Underlying}_{\text{initial}}) \times \text{NA}$		
Day Count Fraction:	Actual/360 Adjusted		
Business Day Convention:	Payment:	Following	Reset: Following
Business Days:	Payment:	London & TARGET	Reset: Scheduled Trading Day
Additional Provisions			
Liquidity Fee:	N/A		
Calculation Agent:	Party B		
Documentation:	To be documented by an ISDA Master Agreement, Schedule and Confirmation		

2 Los diferentes elementos de un Autocallable

Un autocallable es un producto derivado exótico. Se llama un producto derivado porque tiene un subyacente y tiene también una estructura que utiliza varios productos básicos (vanilla) y por eso pertenece al grupo de los productos exóticos.

2.1 Los subyacentes

Los subyacentes pueden ser de diferente formas :

- Subyacente simple : el subyacente es un activo único como una acción de REPSOL por ejemplo.

- Cesta de subyacente : el subyacente es el conjunto de varios activos. Los subyacentes pueden tener puntos comunes (mismo sector, mismo país etc...) o pueden ser completamente diferentes (divisas diferentes etc...).

- Índice : el subyacente es un índice clásico como el IBEX35 o el DowJones.

2.2 El nivel de referencia

Este nivel se suele llamar $Subyacente_0$ pero puede ser de muchas diferentes formas.

Usualmente, es el nivel del subyacente al final del día de lanzamiento del producto. Sin embargo, puede también ser la media de las valores del primer día o del primer mes.

En el caso normal, una vez fijado el nivel de referencia, no cambiará de valor pero se puede añadir las características de una opción cliquets que tomará como nivel de referencia en la fecha de observación n , el nivel del subyacente el la fecha de observación $(n-1)$.

2.3 Las fechas de observación

Las fechas de observación pueden ser anual, bi-anual, semestrales, trimestrales, mensuales o semanales.

El principio es que cuando el producto alcanza el día de observación, se tiene que verificar si una condición está satisfecha. Las condiciones se basan normalmente en una comparación de nivel del subyacente durante el periodo con un nivel anterior de este mismo subyacente.

Las diferentes condiciones pueden utilizar el nivel al final de la fecha de observación, todas las valores del subyacente durante este día, la media del

nivel durante todo el periodo o solo durante el día final u otros tipos de media con ponderación.

Además se puede utilizar una técnica que se llama “ Range accrual” que cuenta el número de días durante los cuales la condición esta satisfecha.

La fórmula es :

$$p = \frac{\text{Numero de día de condicion satisfecha}}{\text{Numero de día del periodo}}$$

y esta técnica pagará para un cupón de $x\%$, el importe de $p \times x\%$.

2.4 Los Calls

Este producto es un conjunto de varios calls.

Este montaje es la suma de “n” call que tienen cada uno una fecha de vencimiento que corresponde a una fecha de cancelación y una fecha de pago correspondiente a la fecha de redención anticipada.

Estos calls tienen gatillos que corresponden al nivel de cancelación.

2.5 Los cupones contingentes

Para cada fecha de observación, si la condición de pago está satisfecha se paga un cupón de $x\%$.

Los pagos de cupones son independientes entre ellos y dependen del camino del subyacente.

Estos cupones están pagados con el delta hedging y también con los intereses de la inversión del cliente (LIBOR + spread).

Hay varios tipos de cupones y manera de pagarlos :

Pagos : Los pagos pueden efectuarse : en la fecha de observación, algunos días después o en la fecha final de pago.

Memoria : Si se precisa que son cupones con memoria y si la condición de pago esta satisfecha en la fecha i , se pagará todos los cupones de 1 hasta i que no han sido pagados.

Acumulación : Los cupones se pagan en la fecha de cancelación y antes se acumulan.

2.6 La Opción

Se suele utilizar una opción put negativa que se llama un short put porque lo que hacemos es vender un opción put.

Ejemplo 1 : La condición a vencimiento es :

Si $Subyacente(t = \text{vencimiento}) \geq Subyacente(t = 0)$:

$$Payoff = 100 \%$$

Si $Subyacente(t = vencimiento) < Subyacente(t = 0)$:

$$Payoff = \frac{Subyacente(t=vencimiento)}{Subyacente(t=0)}$$

Y el gráfico asociado a la venta de una opción put es :

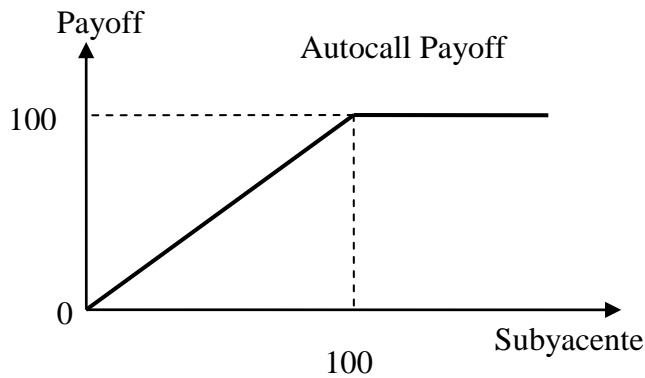


Figura 25: Payoff de un autocallable

Este tipo de cobertura permite devolver los 100 % de su dinero al cliente si el subyacente está encima de 100 % y pagarle el nuevo valor del subyacente si está por debajo de su nivel inicial.

Sin embargo, algunas veces utilizamos una combinación de varias opciones y podemos también utilizar apalancamiento para cambiar el payoff.

Ejemplo 2 :

Si $Subyacente(t = vencimiento) \geq 120 \% \times Subyacente(t = 0)$:

$$Payoff = 150 \% \times \left(\frac{Subyacente(t=vencimiento)}{Subyacente(t=0)} \right)$$

Si $120 \% \times Subyacente(t = 0) \geq Subyacente(t = vencimiento) \geq 70 \% \times Subyacente(t = 0)$:

$$Payoff = 100\%$$

Si $Subyacente(t = vencimiento) < Subyacente(t = 0)$:

$$Payoff = \frac{Subyacente(t=vencimiento)}{Subyacente(t=0)}$$

Y el gráfico asociado a este payoff es :

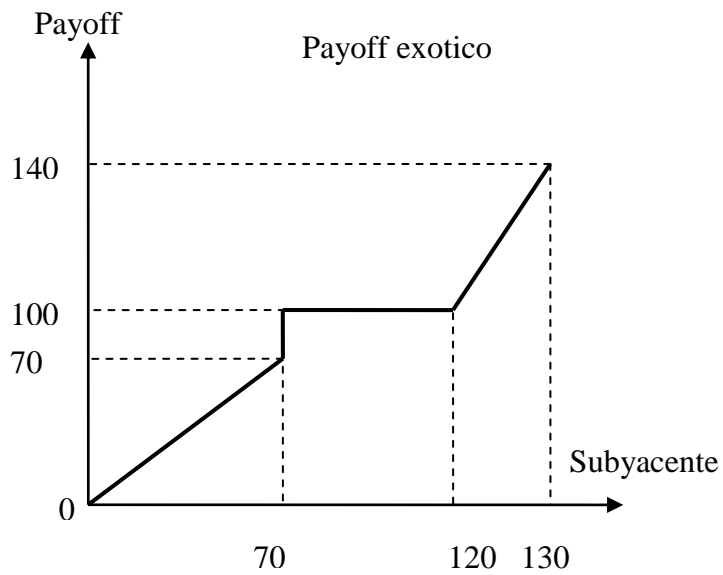


Figura 26: Payoff exótico de un autocallabe

3 Los mecanismos del producto

La venta o la compra de un producto autocallable, implica la participación de varias entidades. Aquí se presenta un esquema de la implicación de las diferentes partes en el proceso durante la vida de un Autocallable vendido por Banco Santander :

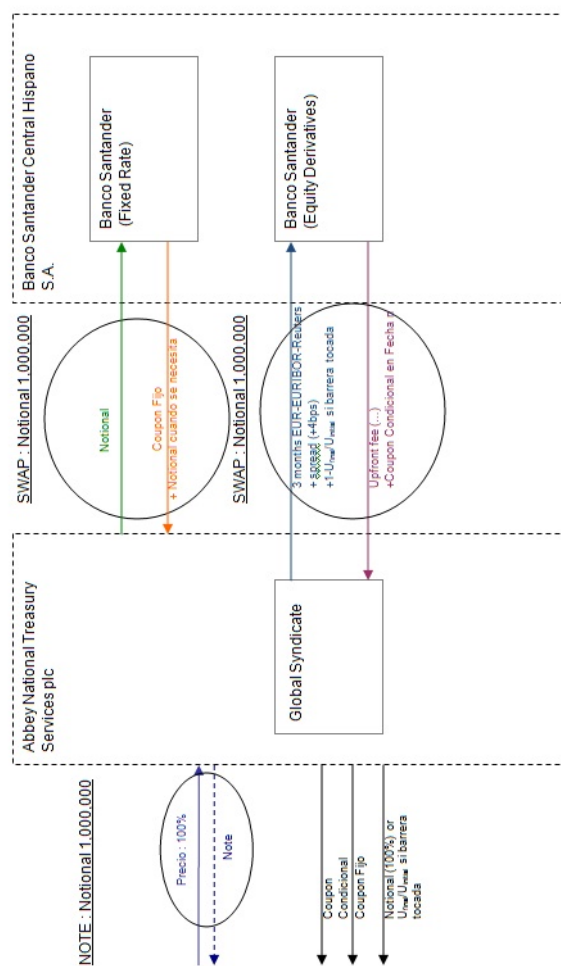


Figura 27: Cobertura de un Autocallable

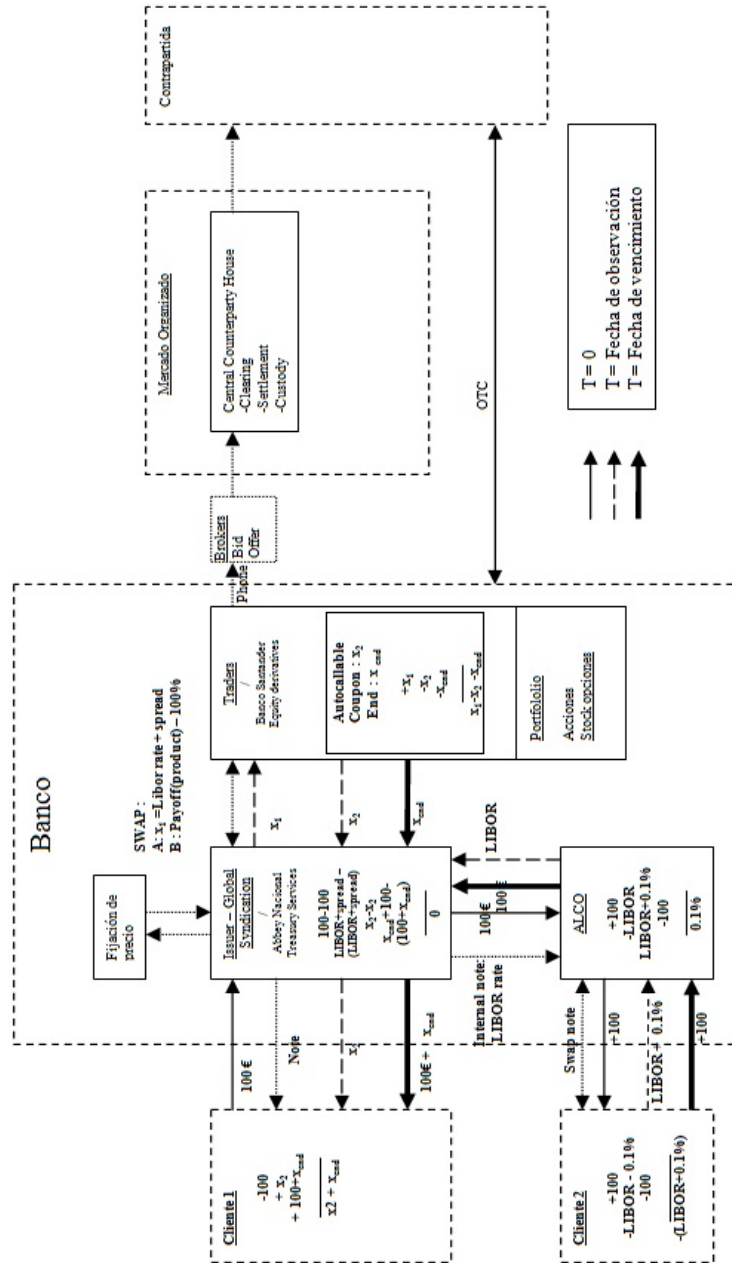


Figura 28: Gestión del dinero durante la vida de un Autocallable

4 Enfoque general

4.1 Descomposición directa

Un autocallable se puede ver como el conjunto de varias opciones vanillas que tienen características comunes. La base de cada opción será un contrato que empieza a la misma fecha, sobre los mismos subyacentes y con la misma cantidad hipotética. Sin embargo, cada opción tendrá su fecha de vencimiento el mismo día que los días de observación. Pero el problema es que un autocallable se puede cancelar.

5 Comportamiento del producto y problemas

5.1 Longevidad

Ahora, vamos a tomar un producto que dura por ejemplo 4 años y cuyas fechas de observaciones sean anuales.

La repartición de las cancelaciones sería la siguiente para una muestra de 40000 simulaciones :

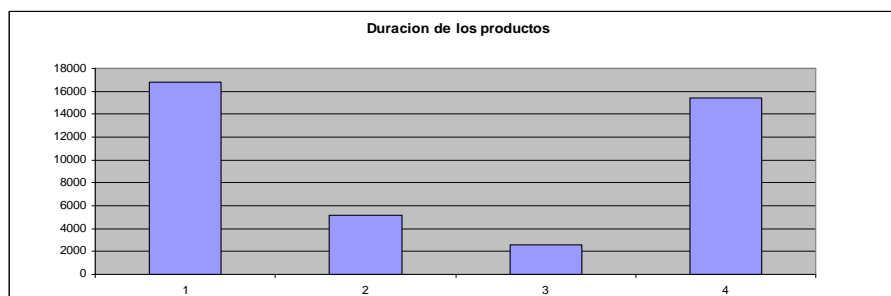


Figura 29: Duración de los productos

Año de cancelación	1	2	3	4
Numero de producto	16829	5125	2593	15453

La longevidad media de este producto es 2,41675 años.

Sin embargo, podemos ver que la característica principal del producto es que hay mas del 50 % de probabilidad que no alcance los 2 años de longevidad.

Además, el problema que plantea esta información es que va a ser muy difícil de hacer la cobertura de un producto que puede durar 1 año o 4 años.

5.2 Payoff

Para este mismo producto, pagamos un cupón de 5 % si el subyacente supera 70 % de su valor inicial.

Si dibujamos la repartición de los payoff para 32 000 caminos :

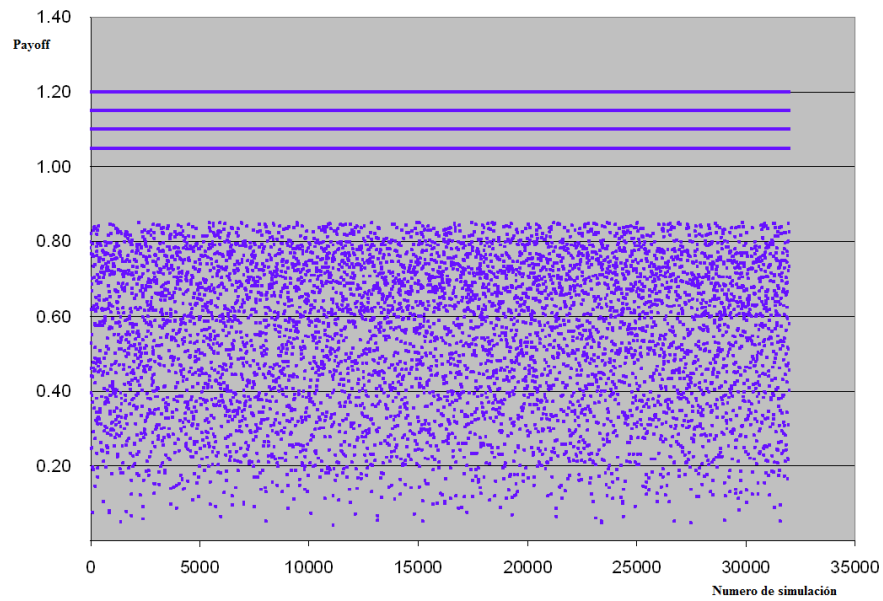


Figura 30: Repartición de los payoff (1)

La repartición de los pagos es :

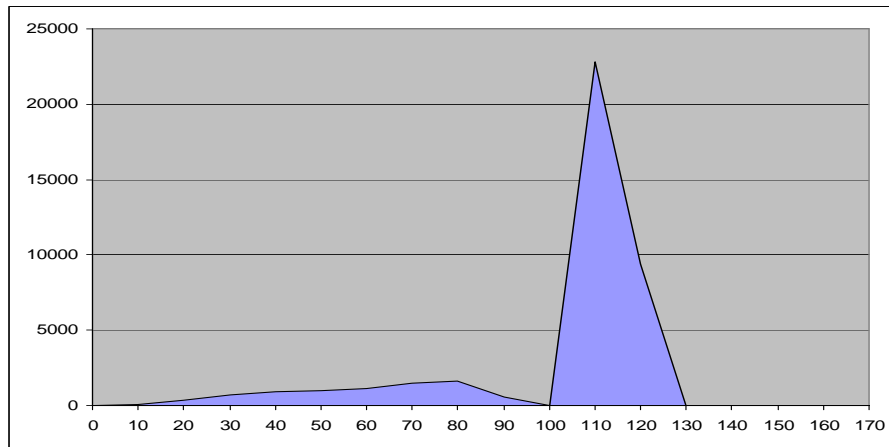


Figura 31: Repartición de los payoff (2)

Como se puede ver, la mayoría de los pagos serán entre el 100 % y 130 % y se debe preguntar cómo podemos obtener este dinero para remunerar el cliente y también, ganar un poco más para lograr un beneficio con el margen.

5.3 La cobertura

5.3.1 Cobertura simple (cobertura desnuda)

Como lo hemos demostrado antes, comprar a día de venta del autocallable una opción de venta sobre el subyacente permite asegurar el pago al vencimiento.

Sin embargo, si analizamos esta estrategia, aparece que comprar una opción tiene un coste $P \in [1\%, 10\%]$ según la volatilidad del subyacente. Entonces, al final tendremos una pérdida del coste de la opción si el subyacente está encima del 100 % de su valor inicial. Además, con esta estrategia es imposible generar beneficios de la subida de la acción para pagar los cupones.

5.3.2 Cobertura dinámica

Podemos imaginar una combinación de una acción y de una opción que permite pagar el payoff a vencimiento :

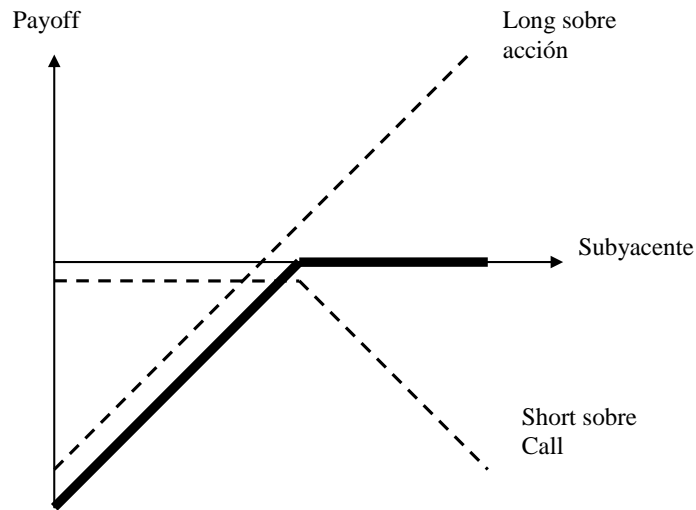


Figura 32: Cobertura dinamica de un autocallable

En efecto, comprar una acción del subyacente y vender una acción Call sobre este mismo subyacente permite obtener el payoff que queremos. Además, esta estrategia permite generar beneficios si utilizamos una cobertura en Delta. Esta cobertura se debe actualizar todos los días para alcanzar un delta total en nuestro portfolio de 0. Entonces, cada día compraremos o venderemos opciones para minimizar el delta y de esta manera podremos obtener beneficios para pagar los cupones anuales.

6 Los productos de referencia

En la realidad, hay dos tipos de autocallable que se suelen encontrar en los mercados. Estos dos productos se intercambian mucho y tienen un nombre personal.

La manera de vender y utilizar los autocallables depende totalmente del contexto, de la volatilidad y de las expectativas de los mercados.

6.1 El Phoenix

Ejemplo de un Phoenix que empieza el 28/09/11.

	28/03/12	28/09/12	28/03/13	28/09/13	28/03/14	28/03/14
Años	0.5	1	1.5	2	2.5	3
Descuento	99.1053%	98.3932%	97.7007%	96.9616%	96.1102%	95.1821%
Funding	38	38	76	94	102	102
Prob(call)	45.1075%	9.3275%	3.8175%	2.2550%	1.9350%	0.000%
Prob(cupón)	92.5525%	40.8525%	27.2275%	20.6950%	16.2650%	13.0900%
Prob(opción)	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	24.4675%
Prob(redención)	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	13.0900%
Prob(cancelación)	44.6625%	9.0300%	3.8600%	0.000%	0.000%	42.4475%

Cuadro 5: Ejemplo de Phoenix

6.2 El Athena

Ejemplo de un Athena que empieza el 28/09/11.

	28/12/11	28/3/12	28/6/12	28/9/12	28/12/12	28/3/13	28/6/13	28/9/13
años	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2
descuento	99.50%	99.11%	98.756%	98.415%	98.09%	97.75%	97.39%	97.03%
funding	38	38	38	38	76	76	94	94
prob call	42.54%	12.70%	4.693%	3.113%	1.628%	1.473%	0.86%	0.000%
prob cupón	100.0%	57.46%	44.763%	40.070%	36.96%	35.49%	33.9%	32.99%
prob opción	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	18.60%
prob redención	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	14.39%
prob cancelación	42.54%	12.70%	4.693%	3.113%	1.473%	1.628%	0.860%	32.99%

Cuadro 6: Ejemplo de Athena

7 El funding

Este tipo de producto plantea el problema del “funding” : en efecto, el dinero que nos da el cliente va a generar intereses durante su vida. Sin embargo, no podemos conocer con antelación, el tiempo que podemos guardar el dinero antes de volver a dar su dinero a nuestro cliente. Como sabemos, los intereses varían mucho según el tiempo de inmovilización. Las diferentes posibilidades que tenemos son :

- Suscribir a un tipo de interés igual al tiempo entre dos fechas de observación y suscribir cada intervalo si el producto no se cancela.
- Suscribir a un tipo de interés igual a la vida máxima del producto y prestar dinero si el producto cancela antes.
- Suscribir a un tipo de interés igual a la esperanza de vida del producto.
- Encontrar un protocolo de préstamo que permita cubrir estos productos.

En esta parte, vamos a comparar estas soluciones tomando como referencia el precio del subyacente y el delta.

En realidad, hay un departamento que se ocupa del “cash management” pero lo que nos importa es proponer el precio el más agresivo que sea posible para atraer al máximo de clientes. Y el interés que genera el importe del cliente, es una variable que influye de manera visible sobre el precio del producto. Una curva de funding se puede interpolar y aproximar de varias maneras :

- Interpolación por parte
- Interpolación lineare
- Interpolación media

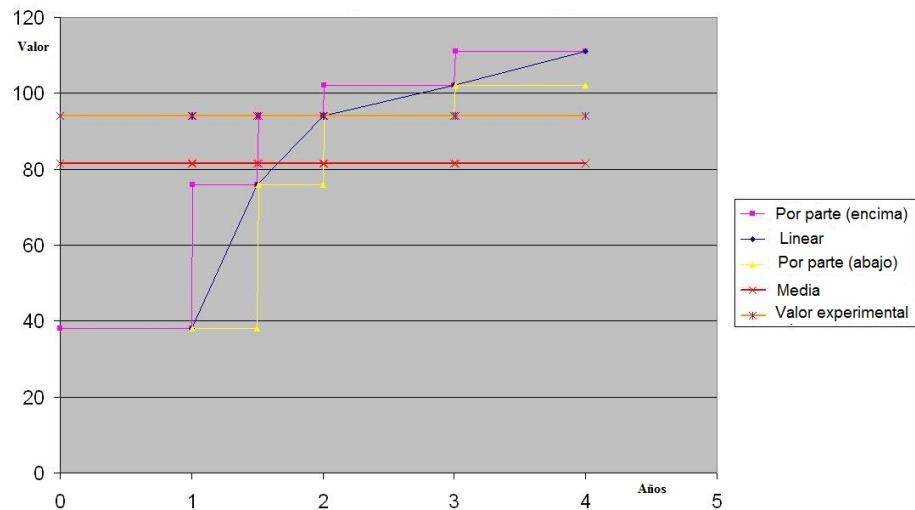


Figura 33: Interpolaciones de repartición

La solución que parece buena será de utilizar el método de Montecarlo y tomar el funding para el primer periodo y ver el porcentaje que cancelará y luego tomar el funding para dos periodos e iterar de esta manera hasta vencimiento.

Sin embargo, este método requiere un tiempo de cálculo demasiado importante y vamos a ver si tomar un valor constante permite una aproximación aceptable.

Para realizar este estudio, tomaremos los dos productos más vendidos sobre el mercado :

	Phoenix	Athena
Duración	3 años	2 años
Observaciones	cada 6 meses	cada 3 meses
Cupón	5%, si encima de 60%	2,5%, sin condiciones
Call condición	encima de 100%	encima de 100%
Opción	European Put a 60%	European Put a 60%

Cuadro 7: Características del Phoenix y del Athena.

- Mecanismo:

- En cada fecha de observación, se paga el cupón si la condición está satisfecha para el Phoenix y de manera incondicional para el Athena.
- Además, si la call condición está satisfecha, el producto cancela y el cliente recibe su inversión inicial.
- A vencimiento :
 - * Si la call condición está satisfecha un cupón está pagado y el cliente recibe su inversión inicial
 - * Si no el cliente recibe su inversión inicial reducida a la caída del subyacente.

7.1 Cálculo del funding

Tiempo	inicio	final	funding < \$20m	funding > \$20m
1 año	29-Sep-11	28-Sep-12	33	38
18 meses	29-Sep-11	28-Mar-13	71	76
2 años	29-Sep-11	28-Sep-13	89	94
3 años	29-Sep-11	28-Sep-14	97	102
4 años	29-Sep-11	28-Sep-15	106	111
5 años	29-Sep-11	28-Sep-16	114	119
7 años	29-Sep-11	28-Sep-18	118	123
10 años	29-Sep-11	28-Sep-21	130	135

Cuadro 8: Tabla de funding el 29 Septiembre 2011

7.1.1 La esperanza de vida.

Vamos a introducir diferentes expresiones :

$$Esperanza\ de\ vida = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n tiempo\ de\ vida_i$$

$$Esperanza\ de\ vida\ ponderada = \frac{1}{n \times precio} \sum_{i=1}^n payoff_i \times tiempo\ de\ vida_i$$

Demostración 1

La esperanza de vida esta independiente del funding :

-Para simular los caminos del subyacente, vamos a utilizar la fórmula :

$$S_{t+\Delta t} = S_t e^{\mu \Delta t + \sigma \sqrt{\Delta t}}$$

con $b = q + r$, donde b: coste de acarreo (cost of carry) , r: tasa de interés ,
q :ratio de rendimiento (dividend yield).

Y también, el Drift rate ($\mu = b - \sigma^2/2$) es independiente del funding.

Entonces, estamos seguro ahora de que la esperanza de vida no depende del funding.

7.1.2 La tasa de descuento.

$$Tasa_{con\ funding}(t) = Tasa_{sin\ funding}(t) \times \frac{1}{(1+F)^t}$$

$$\begin{aligned} e^{-r_{funding}T} &= e^{-rT} \frac{1}{(1+F)^T} \\ &= e^{-rT} \times \frac{1}{e^{ln((1+F)^t)}} \\ &= e^{-rT - ln(1+F)T} \\ &= e^{-(r+ln(1+F))T} \end{aligned}$$

$$r_{funding} = r + ln(1 + F)$$

Con $F = Factor\ de\ funding$

7.1.3 Funding contante

La meta de este estudio es saber si existe un F constante que puede ser aceptable para fijar los precios de los autocallables:

Tenemos varias soluciones para fijar este F :

- La fórmula que parece la más sencilla será tomar el funding de la esperanza de vida.

$$F0 = F(Esperanza De Vida)$$

- O podemos utilizar las probabilidades de cancelar como pesos de este factor.

$$F1 = \sum_{t=0}^T Prob(call(t)) \times Funding(t)$$

- Y podemos ver si añadir los pesos de los cupones permite conseguir mejores resultados :

$$F2 = \frac{\sum_{t=0}^T ([Prob(call(t)) + Prob(cupón(t))] \times Funding(t))}{\sum_{t=0}^T [Prob(call(t)) + Prob(cupón(t))]}$$

7.2 EL phoenix

7.2.1 Presentación

Las características de este Phoenix son :

- Observaciones : Todos los cuatrimestres.
- Barrera : European Put con o sin leverage.
- Cupón : 5 %
- Redención : Capital protegido.

7.2.2 Cálculos

Hemos calculado el precio y la delta de este producto con varios funding.

	Sin funding	F0	F1	F2	Buen Funding
Precio	98.55%	97.37%	97.72%	97.73%	97.54%
Error sobre el precio	+1.00%	-0.17%	+0.18%	+0.19%	0%
Esperanza de vida	1.598	1.598	1.598	1.598	1.598
Delta	46.23%	48.57%	47.88%	47.85%	48.75%
Error sobre la delta	-2.51%	-0.18%	-0.87%	-0.90%	0%
Tiempo de calculación	4730	4715	4748	4683	47033

Table 9: Funding para un phoenix

7.2.3 Conclusiones

La primera observación es que los errores no son de gran tamaño. Sin embargo, se tiene que escoger el método que se acerca el mas al “Buen Funding”.

Desde el punto de vista de un vendedor, lo mas importante es el precio mientras que un trader que se encarga de la cobertura va a enfocarse mas en la delta.

Ademas, respecto a tiempo de calculación, los cálculos con un funding constante dividen el tiempo por 10. Eso es una mejora importante que permite ahorrar tiempo y recursos de cálculo.

Respecto al precio, es imposible dar un precio inferior al precio de referencia, entonces el Funding F0 no se puede utilizar. Ademas, el precio sin funding nos da un precio de 1 % mas que no permite competir sobre con los competidores del mercado.

Respecto a la delta, vemos que la delta sin funding està muy alejado de los otros resultados. Luego, el Funding 0 nos da la mejor aproximación mientras que F1 y F2 nos dan un resultado semejante.

Para concluir, de esta experiencia sale que los fundings F1 y F2 se destacan y con una preferencia por el funding F1 y de utilizar estas aproximaciones son aceptables y garantizan una reducción de 90 % del tiempo de cálculo.

7.3 El reverse convertible

7.3.1 Presentación

Las características de este Reverse Convertible son :

- Observaciones : Todos los semestres.
- Barrera : European Put con o sin leverage.
- Cupón : 7 %
- Redención : Capital protegido.

7.3.2 Cálculos

Hemos calculado el precio y la delta de este producto con varios funding.

	Sin funding	F0	F1	F2	Buen Funding
Precio	96.57%	96.27%	96.13%	96.02%	95.99%
Error sobre el precio	+0.577%	+0.278%	+0.136%	+0.032%	0%
Esperanza de vida	0.955	0.955	0.955	0.955	0.955
Delta	13.94%	13.86%	13.82%	13.79%	13.64%
Error sobre la delta	+0.30%	+0.22%	+0.18%	+0.15%	0 %
Tiempo de calculación	3371	3464	3481	3435	20403

Cuadro 10: Funding para un Reverse Convertible

7.3.3 Conclusiones

El pliego de cargos para este producto es el mismo que para el Phoenix.

Respecto al precio, todos están encima del precio de referencia y el Funding F2 se acerca de manera casi perfecta.

Respecto al delta, es el Funding F2 que se parece mas al comportamiento normal pero los otros dan valores aceptables.

Para concluir, podemos decir que para los productos de tipo “Reverse Convertible”, hay que utilizar el funding F2. Utilizar esta simplificación permite buscar los mismos resultados y de ahorrar 84 % del tiempo de cálculo.

8 Conclusiones

8.1 Hipótesis del modelo de Black-Scholes

El modelo de Black - Scholes consiste así en definir el valor de la opción considerado, en el momento determinado, como la media del conjunto de los valores posibles, ponderados por su probabilidad de realización. Para permitir este cálculo, conviene entonces tomar en consideración cinco datos distintos: el valor, y la volatilidad del subyacente en este instante preciso, el precio de ejercicio previsto, el tipo de interés sin riesgo, y el plazo antes de la espiración de la opción.

El principal inconveniente presentado por el modelo de Black - Scholes reside en el hecho que supone en una volatilidad constante, es por eso que ha sido extendido, para tener en cuenta especificidades de ciertos mercados financieros, permitiendo así tener en cuenta nuevos tipos de opciones, y que acaban en la emergencia de otros modelos, tales como el de Garman - Kohlhagen, dando la posibilidad de evaluar las opciones sobre tasas de divisas extranjeras.

Aunque el modelo de Black - Scholes unánimemente sea reconocido y utilizado, conviene subrayar que presenta límites importantes, dado que se apoya en ciertas hipótesis que pueden llevar a conclusiones inexactas; el tiempo no puede, por ejemplo, ser percibido como una función continua, bajo pena de poner de manifiesto una desviación que importa con la realidad, más particularmente cuando la bolsa esta animada.

Las hipótesis son :

- Tipo de interés sin riesgo constante.
- Ausencia de oportunidad de arbitraje.
- Acciones divisibles de manera perfecta.
- Transacciones instantáneas y sin costes en un mercado perfecto.
- Opciones europeas.
- El subyacente sigue un movimiento browniano geométrico.
- No se reparten dividendos.
- Volatilidad constante.

En el mundo de Black-Scholes, se supone que todos los parámetros son constantes. Es claro que esto no es muy realista. De hecho, podremos sin grandes modificaciones suponer que los parámetros son deterministas. Pero esto pone evidentemente problemas de identificación (calibración en el vocabulario de finanzas) importantes.

Ademas, los rendimientos de los activos claramente no son estadísticamente gaussianas, y en particular porque las probabilidades de grandes movimientos de los rendimientos es mucho mas probable en la realidad que en las curvas normales. El problema de mayor o menor concentración de frecuencias y sus implicaciones en la medida de riesgo y en la cobertura forma parte de las investigaciones actuales. Pero así como lo hemos visto, aunque imperfecto el modelo de Black y Scholes todavía es muy eficaz y sigue siendo el modelo de referencia en casi todas las salas de mercado.

8.2 Criticas

Desde el principio de los años 1970-1980, la industria financiera ha conocido un flujo intenso y continuo de innovaciones. Estas son la consecuencia de tres cambios estructurales : la subida de los riesgos, las nuevas tecnologías de la información y de las comunicaciones y la liberalización de la economía. Existe un cierto consenso hoy para afirmar que la innovación financiera tiene globalmente una incidencia positiva sobre el sistema financiero. A pesar de todo, a cada crisis financiera - y fueron numerosas estos veinte últimos años - el debate sobre la innovación financiera es reactivado.

Los mercados derivados conocieron una progresión muy fuerte estos últimos años, tanto desde el punto de vista cuantitativo como cualitativo. Teóricamente, los productos derivados deben permitir una asignación óptima de los riesgos y participan en la eficiencia de los mercados. En la práctica, parece que su desarrollo levanta un cierto número de problemas. Primero temimos que los productos derivados favorecieran la volatilidad de los mercados subyacentes, pero los estudios empíricos no parecen validar estas sospechas. Asistimos, a pesar de todo, a varios derrumbamientos resonantes, directamente acusando el uso excesivo de los productos derivados y del efecto de palanca. Resulta por fin que la complejidad de los productos y la concentración de los riesgos son unas fuentes potenciales, pero serias, de inestabilidad, a causa de la frecuencia y de la amplitud de los riesgos extremos, del aumento de la incertidumbre y de la posibilidad aumentada de riesgo sistémico.

Dicho de otro modo, la evaluación de los productos derivados no puede reducirse a una disciplina puramente matemática. Por otra parte, en los hechos, las

relaciones más simples de arbitraje siempre no son verificadas y la evaluación de los productos complejos es muy subjetiva.

Además, los modelos, tan sofisticados sean, integran mal, por naturaleza, el riesgo operacional. Asistimos pues hoy, aunque tímidamente, a un cambio de orientación, que no es limpio por otra parte de la evaluación de los productos derivados, sino concierne las finanzas por regla general (incluso la economía en conjunto). En efecto, después de una apertura muy fuerte a las matemáticas, la tendencia está más hoy a las finanzas comportamentales o a neuroeconomía. Los trabajos en sociología o en psicología también permiten alumbrar bajo un día nuevo el debate relativo a la inestabilidad financiera. Por ejemplo, para algunas personas, los modelos de evaluación de los productos derivados permiten administrar mejor las fluctuaciones del precio de los activos transformando la incertidumbre, sobre la cual nadie tiene toma, en situaciones arriesgadas (i.e. medibles y quienes pueden ser evitados a priori). Esta traducción se hace por supuesto al precio de una simplificación de la realidad. Pero al mismo tiempo, este proceso fabrica nuevos riesgos, cualificados de riesgo de clase inferior, que les son, por naturaleza, imprevisibles. En muchos casos, estrategias inicialmente concebidas para limitar los riesgos, se revelaron particularmente peligrosas para la estabilidad del sistema financiero. Los trabajos en ciencias sociales, otros que en economía, aportan también recomendaciones originales. Así, para luchar contra los problemas vinculados a una mala percepción de los riesgos, podemos sensibilizar los actores concernidos a la psicología del riesgo y de la toma de decisiones, trabajar a la disminución de la cultura del estrellato (por ejemplo valorizando el trabajo en equipo) y devolver a plato de los métodos de remuneraciones para limitar las recompensas individuales.

8.3 Perspectivas de futuro

Los productos derivados ocupan hoy una plaza importante sobre los mercados financieros, a punto que los importes negociados son a menudo superiores a los importes negociados sobre los mercados de subyacentes. Y este crecimiento no está dispuesto a disminuir. Este mercado es muy remunerador para los bancos porque a menudo se trata de operaciones con fuerte valor añadido y es allí que se encuentran los márgenes más importantes.

Numerosos estudios empíricos se han interesado en las consecuencias de la introducción de los productos derivados y resalta de eso, casi unánimemente, que la introducción de los productos derivados no aumenta la volatilidad de los mercados subyacentes, que se trate del mercado de cambios, del mercado bursátil

o de los mercados de materias primarias. Estos mismos estudios sugieren, en cambio, que los productos derivados permiten un aumento de la actividad al contado sobre los mercados de acciones y facilitan el proceso de eficiencia de los mercados.

8.4 Conclusión

Los estudios empíricos son casi-unánimes: los productos derivados no contribuyen a la volatilidad de los mercados. Por eso, éstos no están sin peligro para la estabilidad financiera. Primero las incitaciones en el seno de las instituciones financieras son tales, como empujan a los traders a tomar riesgos excesivos, lo que no permite alcanzar una regulación de los riesgos. Luego, los productos introducen nuevas formas de riesgos: riesgo operacional, riesgo de modelo, riesgo de clase inferior que todos es, por naturaleza, difíciles de asumir. Por fin, la concentración de los riesgos es susceptible de alimentar el riesgo de sistema.

¿ Al final, los peligros asociados a los mercados derivados se lo llevan sobre las ventajas que proporcionan? Nadie puede ofrecer una respuesta clara a esta cuestión. Evidentemente, ahora no parece plausible que sea posible prohibir los productos derivados o forzar la innovación financiera, sin embargo es posible remediar en parte los defectos precedentes. Para eso, varias pistas deben ser exploradas. La primera es reglamentaria: se trata de animar la migración de los productos derivados mercado OTC hacia los mercados reglamentados. El segundo es más del orden de la autorregulación; debe alimentarse de trabajos en economía, pero también en sociología o psicología: se trata globalmente de rediseñar la organización de las salas de mercado (particularmente la jerarquía entre inspectores y controlados) y el modo de remuneración de los operadores.

Parte V

Conclusiones

1 Objetivos

En este capítulo se recogen las conclusiones obtenidas tras el diseño de un método para fijar los precios de las opciones durante el periodo de practica en el Banco Santander y en la elaboración de este documento.

Por otro lado se evalúa en qué medida se han satisfecho los objetivos del proyecto y los personales una vez concluido el trabajo a realizar.

2 Satisfacción objetivos del proyecto

El presente proyecto fin de carrera tenía por objeto un análisis y una reflexión sobre la fijación de los precios de un producto bursátil complejo que se llama Autocallable. A lo largo de este trabajo hemos presentado los diferentes conceptos del mercado, los productos que se intercambian y la problemática de la fijación de los precios. Luego, hemos introducido varias teorías matemáticas y hemos destacado las ventajas y desventajas de sus utilizaciones. Finalmente, hemos diseñado una técnica de cálculo que permite :

- proponer un precio atractivo para el cliente.
- calcular rápidamente este precio con un código de Visual Basic.
- cubrirse frente al mercado.
- medir el error y las incertidumbres.

Obviamente, la mayor parte de los objetivos del proyecto están cumplidos y ahora, tenemos una herramienta que permite proponer precio muy atractivos para los clientes. Además, el plazo de entrega de estos precios ha disminuido de 90 % con algunas simplificaciones y eso permite competir de manera muy activa en los mercados de todo el mundo.

3 Satisfacción objetivos personales

La realización de este proyecto me ha permitido alcanzar y satisfacer plenamente mis objetivos personales.

En primer lugar destacar que en todos los sentidos la experiencia ha resultado muy positiva, no sólo por los nuevos conocimientos adquiridos si no también por lo que este trabajo ha supuesto a nivel personal y profesional.

En este sentido, la participación en los grupos de reflexión, los procesos de mejora de las herramientas y el trabajo teórico en el equipo de analistas cuantitativos en el Banco Santander ha resultado ser una de las actividades más enriquecedoras. El proyecto dentro de todas estas actividades no representa la mayor parte del tiempo de mi beca, pero fue seguramente el más interesante del punto de vista intelectual.

Gracias a este hecho, he adquirido una importante experiencia profesional pues las actividades realizadas han incluido diversos campos. A continuación se citan los más relevantes :

- Creación y establecimiento de una herramienta de documentación para toda la gama de los productos derivados utilizados en el Banco (de los más simple hasta combinación de más de 5 productos).
- Estudio y pruebas sobre los modelos de Black-Schole, Elementos finitos y el método de Monte-Carlo para una amplia gama de productos.
- Estudio sobre el funding y su influencia sobre los precios y diseño una herramienta capaz de elegir el mejor método para cada producto.
- Diseño de bases de datos para los traders para duplicar los datos de mercados y hacer pruebas personales para el futuro.
- Estudio sobre el factor de correlación y de covarianza entre los subyacentes para optimizar los cálculos y reducir los costes de mantenimiento.

Referencias

- [1] PAUL WILMOTT (2001) : «Introduces quantitative Finance», John WILEY & SONS, LTD.
- [2] JOHN C. HULL (2009) : «Options, Futures, and other Derivatives» , Seventh Edition , PEARSON prentice Hall, International.
- [3] ESPEN GAARDER HAUG (2007) : «The complete guide to OPTION PRICING FORMULAS», Second Edition, Mc Graw Hill.
- [4] FERNANDEZ LOPEZ, P. y ARIÑO MARTIN, M. A. (1996): «Opciones exóticas con valor dependiente de la trayectoria del subyacente», Actualidad Financiera, año 1-número 1, Primera Quincena Septiembre, Ed. La Ley- Actualidad. Madrid.
- [5] IBÁÑEZ JIMENEZ, J. (1993): «Opciones exóticas sobre divisas: Algunas innovaciones», Actualidad Financiera, mayo, Actualidad editorial, números 19/10.
- [6] REYNES, A (1997): «Software para la valoración de opciones exóticas», Actualidad financiera, año II-número 5, mayo, Ed. La Ley- Actualidad, Madrid.
- [7] WATSHAM, T. J. (1998): Futures and options in Risk management, Second edition, International Thomson Business Press, Boston.
- [8] BOUCHAUD J.P., POTTERS.M. (1997), Theorie des risques financiers. Alea.Saclay
- [9] BRIGO D., MERCURIO.F.(2001), A Interest Rate Models : Theory and Praticce Springer Finance.

- [10] CHABARDES P., DELCAUX F. (1996) Les produits derives Les Carres, Gualino editeur
- [11] COX.J , RUBINSTEIN M.(1985), Options Markets, Englewood Clis, New Jersey : Prentice- Hall.
- [12] DANA R.A JEANBLANC-PICQUE M.(1994) Marches Financiers en temps continu : valorisation et equilibre Economica
- [13] DEMANGE G, ROCHET J.C.(1992) Methodes mathematiques de la Finance Econometrica
- [14] DOTHAN M.(1990) Prices in Fiancial Markets Oxford University Press N.Y.
- [15] CRESPO ESPERT, J. L.; DE LAS HERAS CAMINO, A. y GONZALES RIERA, H. (1998): «Cobertura estática de opciones exóticas de tipo barrera», Foro de finanzas. Las Finanzas del Fin del Siglo, Ubeda, noviembre, Ed. A. Partal Ureña y F. Moreno Bonilla.
- [16] DE LA ORDEN DE LA CRUZ, M. C. (1995): «Una clasificación de opciones exóticas financieras», Actualidad Financiera, tomo 1995-II. Ed. Actualidad Financiera, Madrid.
- [17] DUFFIE D.(1988), Security Markets : Stochastic Models, Boston : Academic Press.
- [18] OVERHAUS M, FERRARIS A , KNUSDDEN T, MILWARD R, NGUYEN - NGOC.L, SCHINDLMAYR G. (2002), Equity Derivatives : Theory and Applications Wiley Finance
- [19] BRENNAN J., E.SCHWARTZ.E.S.(1979),"A continuous Time Approach to the pricing of bonds" , Journal of Banking and Finance, 3,n-2, Juil 79 pp 133-155

- [20] EL KAROUI N., ROCHET.J.C.(1989) A pricing formula for options on coupon bonds, SEEDS working paper 72,1989.
- [21] JUAN JOSE GARCIA MACHADO, PILAR SANCHÁ DIONISIO, CONCEPCIÓN TEJERO RIOJA, DAVID TOSCANO PARDO(2000): «Opciones "exóticas"», Boletín económico de ICE N° 2673.

Anexos

Anexos 1 : Binarias

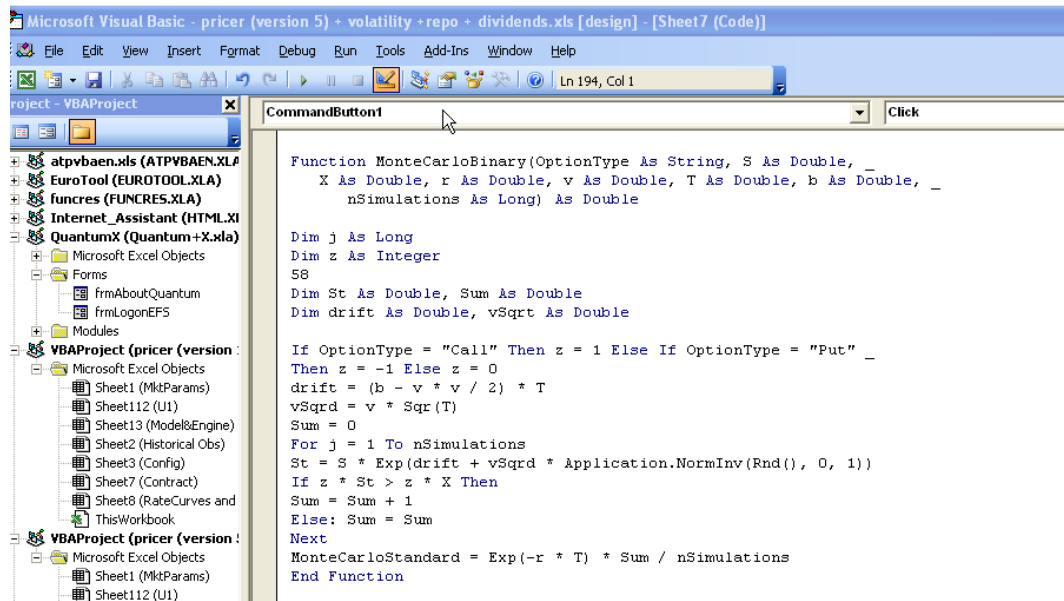


Figura 34: Código VBA para Binarias

Anexos 2 : Barreras

```

Function BarrierHitProb(OptionType As String, S As Double, X As Double, _
    H As Double, r As Double, v As Double, Tstart As Double, Tend As Double, _
    b As Double, nSimulations As Long, Precision As Double) As Double
    Dim i As Long, j As Long
    Dim S0 As Double, S1 As Double
    Dim drift As Double, vSqrt As Double
    Dim dt As Double, ProbHit As Double
    Dim Hit As Integer
    Dim Prob As Double

    drift0 = (b - v * v / 2) * Tstart
    vSqr0 = v * Sqr(Tstart)
    For i = 1 To nSimulations
        S0 = S * Exp(drift0 + vSqr0 * Application.NormInv(Rnd(), 0, 1))

        dt = (Tend - Tstart) / Precision
        drift = (b - v * v / 2) * dt
        vSqr = v * Sqr(dt)
        ProbHit = 0
        Hit = 0
        For j = 1 To Precision
            S1 = S0 * Exp(drift + vSqr * Application.NormInv(Rnd(), 0, 1))
            If S1 >= H Or S0 >= H Then
                Hit = 1
            Else
                ProbHit = ProbHit + Exp(-(2 / (v * v * T)) * Log(H / S0) * Log(H / S1))
            End If
            S0 = S1
        End If
        Next
        Prob = Prob + ProbHit / Precision
    Next
    BarrierHitProb = Prob / nSimulations
End Function

```

Figura 35: Código VBA para Barrera

Anexos 3 : Cupones Condicionales

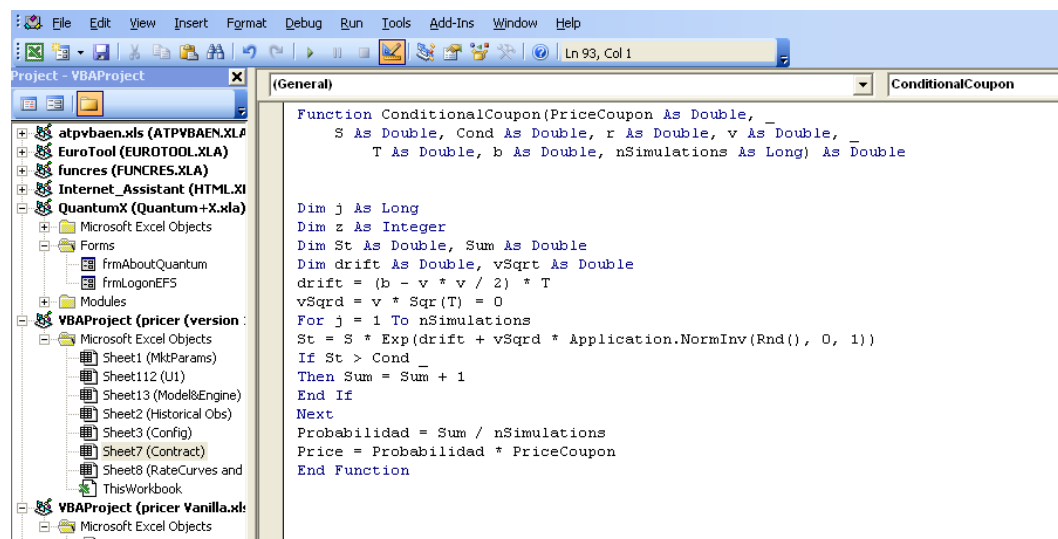


Figura 36: Código VBA para Cupones

Anexos 4 : Comparación 1

[illegible]

Figura 37: Black Scholes Vs Montecarlo

Anexos 5 : Comparación 2

Option Information	
Spot Price	25
Strike	24
Risk free rate	0.04
Volatility	0.12
Maturity (years)	0.5

FEA settings	
Time Steps	50
Asset Steps	20

FEA Call price	1.75696
Analy Call Price	1.760828

Calculate

Figura 38: Elementos Finitos

Anexos 6 : Funding

	7%	Contract 10.33	Contract 9.33	Contract 8.33	Contract 7.33	Contract 6.34			
StartDate		29-Sep-11	29-Sep-11	29-Sep-11	29-Sep-11	29-Sep-11			
PremiumDate		29-Sep-11	29-Sep-11	29-Sep-11	29-Sep-11	29-Sep-11			
ExpiryDate		28-Sep-14	28-Sep-14	28-Sep-14	28-Sep-14	28-Sep-14			
ExpiryPayDate		28-Sep-14	28-Sep-14	28-Sep-14	28-Sep-14	28-Sep-14			
Notional		1,000,000	1,000,000	1,000,000	1,000,000	1,000,000			
Payoff		Autocallable	Autocallable	Autocallable	Autocallable	Autocallable			
Underlying		TEF MC	TEF MC	TEF MC	TEF MC	TEF MC			
PayCurveName		EUR_Funding1	EUR_Funding1	EUR_Funding3	EUR_Funding4	EUR_Funding5			
PayCcy		EUR	EUR	EUR	EUR	EUR			
MultiCurrency		Basic	Basic	Basic	Basic	Basic			
		FlexBlocks	FlexBlocks	FlexBlocks	FlexBlocks	FlexBlocks			
		Flex.CALL 2.35	Flex.CALL 2.35	Flex.CALL 2.35	Flex.CALL 2.35	Flex.CALL 2.35			
		Flex.MATPAY 2.35	Flex.MATPAY 2.35	Flex.MATPAY 2.35	Flex.MATPAY 2.35	Flex.MATPAY 2.35			
		Flex.CONTCOUPON	Flex.CONTCOUPON.1.35	Flex.CONTCOUPON.1.35	Flex.CONTCOUPON.1.35	Flex.CONTCOUPON.1.35			
		Flex.BARRIER 2.34	Flex.BARRIER 2.34	Flex.BARRIER 2.34	Flex.BARRIER 2.34	Flex.BARRIER 2.34			
		METHOD 1		METHOD 3		METHOD 4			
		F(ED)		Funding Average		Weighted Funding Average			
			94	65	98865	64.73962172			
		Relative error Price	0.001751844	0.001800532	0.001959645				
		Relative error Delta	0.369367%	1.774812%	1.837893%				
		Df	0.98515876	0.989543697	0.989739961				
		Without funding	Funding ED	Partially Weighted Funding	Completely Weighted Funding	Good Funding			
RESULTS		Results 6.32	Results 8.32	Results 10.32	Results 9.32	Results 7.32			
Price		98.55%	97.37%	97.72%	97.73%	97.54%			
Price ERROR		1.0038224%	0.1708796%	0.1756288%	0.1911490%	0.0000000%			
StdError		0.16%	0.16%	0.16%	0.16%	0.16%			
OK		Yes	Yes	Yes	Yes	Yes			
ExpectedDuration		1.59815325	1.59815325	1.59815325	1.59815325	1.598365808			
Delta		46.2329%	48.57%	47.8814%	47.8506%	48.7465%			
Delta ERROR		2.5135758%	0.1800536%	0.8651588%	0.8959085%	0.0000000%			
ErrorMsg									
CalcTime		4730	4715	4748	4683	4733			
years		0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	
price			0.985465146	0.985465146	0.985465146	0.985465146	0.985465146	0.985465146	
price dcall			0.980994755	0.984547383	0.985092173	0.985246497	0.985279173		
price dcoupon			0.976292705	0.981445539	0.982805001	0.983458526	0.983901914	0.984219212	
price dput								0.983136278	
price dred								0.981890344	
2F no funding		29-Sep-11	30-Mar-12	28-Sep-12	30-Mar-13	29-Sep-13	30-Mar-14	28-Sep-14	
prob call		100.0000%	99.1053%	98.3932%	97.7007%	96.9616%	96.1102%	95.1821%	
prob coup		0	45.1075%	9.3275%	3.8175%	2.2500%	1.9350%	0.0000%	
prob option		0.0000%	0.0000%	0.0000%	0.0000%	0.0000%	0.0000%	13.0900%	
prob red		0.0000%	0.0000%	0.0000%	0.0000%	0.0000%	0.0000%	24.4675%	
prob		0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	13.0900%	
funding		0	38	38	76	94	102	102	
			45.1075%	9.3275%	3.8175%	2.2500%	1.9350%	37.5575%	100.0000%

Figura 39: Pruebas para el funding

Anexos 7 : Payoff

[illegible]

Figura 40: Payoff de un autocallable

